

**Exercice 1 : (05 points)**

- Déterminer l'unité du paramètre  $G$  dans l'équation :  $F = G \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$ , avec  $F$  en  $N(kg \cdot m/s^2)$ , la force de gravitation entre deux points matériels de masses  $m_1$  (kg) et  $m_2$  (kg) et distant de  $r$  (m) et  $G$ , la constante de gravitation universelle.

- Mettre l'équation précédente sous la forme dimensionnelle  $[F]^a \cdot [G]^b \cdot M^c \cdot L^d = 1$  et démontrer qu'on peut l'écrire sous la forme dimensionnelle suivante :

$$T^a \cdot [G]^b \cdot M^c \cdot L^d = 1, \quad [G] \text{ est la dimension de } G.$$

- Déterminer les coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$ .

- Démontrer que  $F$  (la force),  $m$  (la masse) et  $g$  (l'accélération de la gravitation terrestre) sont dimensionnellement dépendants.

**Exercice 2 : (05 points)**

Soient deux vecteurs  $s$  :  $\vec{V}_1 = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$  et  $\vec{V}_2 = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

- Déterminer les vecteurs unitaires de  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$ .

- Déterminer les produits : vectoriel  $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$  et scalaire  $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$  et  $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 \cdot (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2)$ .

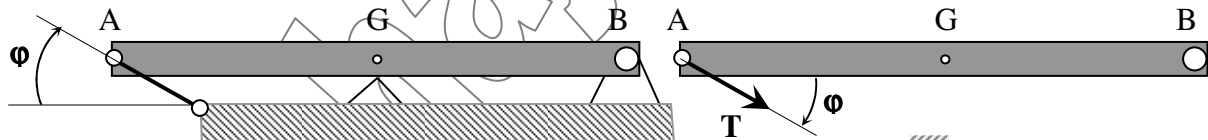
- Que signifie ce dernier produit.

- Déterminer les composantes du vecteur force  $\vec{F}$  caractérisée par les éléments suivants :

Son point d'application est celui du vecteur  $\vec{V}_1$ , orientée dans le même sens que  $\vec{V}_1$  et son module égal à 8 unités.

**Exercice 3 : (06 points)**

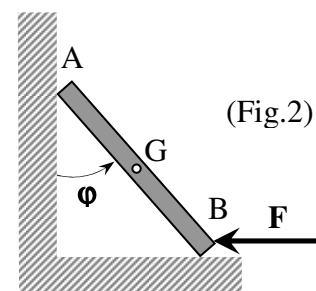
I. Déterminer les réactions dans les appuis de la poutre AB (voir fig. 1) de longueur  $l$ , dont son extrémité A est attachée à un câble de tension  $T$ , inclinée d'un angle  $\phi$ , simplement appuyée au milieu G et articulée au point B. On suppose que la poutre est de masse homogène.



(Fig.1)

II. Une échelle de longueur  $l$  est simplement appuyée sans frottement sur un mur de son extrémité A et de l'autre (point B), sur le sol, est soutenue par une force horizontale  $F$  pour éviter le glissement. Voir fig.2.

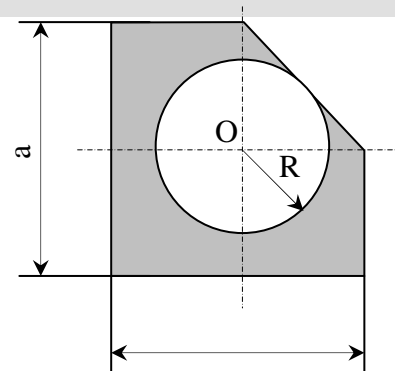
On demande de déterminer la valeur de  $F$  pour que l'angle d'équilibre  $\phi$  soit égal à  $30^\circ$ .



(Fig.2)

**Exercice 4 : (04 points)**

Déterminer le barycentre de l'aire hachurée (colorée) de la fig.3. Prendre le centre du cercle O comme une origine de la référence (repère).



(Fig.3)

*Bon courage et bonne chance*

الثلاثاء 21 فيفري 2012

جامعة حسية بن بوعلي بالشلف  
كلية الهندسة المدنية والمعمارية  
قسم الهندسة المعمارية

### الامتحان النهائي للسداسي الأول

الشعبة : هندسة معمارية - المستوى : L1 - المقياس : فيزياء البناية 1 - المدة : ساعة ونصف (1سا و 30د)

#### التمرين 1 (05 نقاط)

أوجد وحدة المعامل  $G$  في العلاقة التالية :  $F = G.m_1.m_2/r^2$ ، حيث  $F(N = kg.m/s^2)$ ، قوة الجاذبية بين نقطتين ماديتين كتلتاهما  $m_1(kg)$  و  $m_2(kg)$  والمسافة بينهما  $r(m)$  و  $G$  ثابت الجذب العام.

- اكتب العلاقة السابقة على الشكل البعدي  $L^x.M^y.G^z = 1$  وبين أنه يمكن

كتابتها بالشكل البعدي التالي :  $L^d.M^c.G^b.T^a = 1$ ، حيث  $[G]$  بعد  $G$ .

- أوجد المعاملات :  $a, b, c, d$ .

- بين أن القوة  $F$ ، الكتلة  $m$  و تسارع الجاذبية الأرضية  $g$  مرتبطة بعديا.

#### التمرين 2 (05 نقاط)

لدينا الشعاعان :  $\vec{V}_1 = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$  و  $\vec{V}_2 = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

- أوجد شعاعي الوحدة لكل منهما.

- أحسب الجداء الشعاعي  $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$  والسلمي  $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$ ، ثم الجداء المختلط  $(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_1$ .

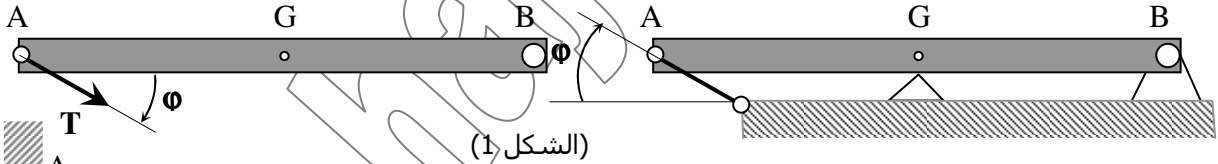
- ماذا يعني هذا الجداء الأخير.

- أوجد مركبات شعاع القوة  $\vec{F}$  المعرفة بعناصرها : نقطة التأثير هي نفسها نقطة تأثير

الشعاع  $\vec{V}_1$ ، وبنفس اتجاهه وقيمتها (المقياس) 8 وحدات.

#### التمرين 3 (06 نقاط)

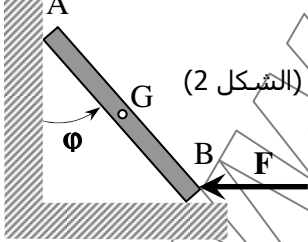
I. أوجد ردود الأفعال عند الوصلات للعارضه  $AB$  (بالشكل 1)، التي طولها  $l$ ، حيث يشد طرفها  $A$  بحبل توتره  $T$  يميل بزاوية  $\phi$  عن الأفق، وتستند على وصلة بسيطة في وسطها  $G$  وتتمفصل بالطرف  $B$ . يفترض أن كتلة العارضة متجانسة..



(الشكل 1)

II. يستند سلم طوله  $l$  على حائط دون احتكاك على طرفه  $A$  والطرف الآخر  $B$  على أرضية بحيث تسنده قوة أفقية لمنع الانزلاق. انظر الشكل 2.

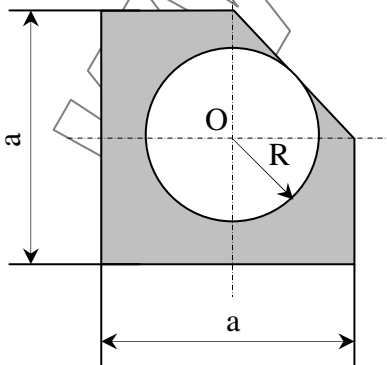
- يطلب إيجاد قيمة القوة  $F$  لكي تكون زاوية الميل  $\phi$  مع الحائط مساوية إلى  $30^\circ$  بدلالة الثقل.



(الشكل 2)

#### التمرين 4 (04 نقاط)

- أوجد مركز الكتلة للمساحة الملونة بالشكل 3. يؤخذ مركز الدائرة  $O$  مركزا للمعلم.



(الشكل 3)

بالتوفيق - وأطيب الأمنيات

المكلف بالمقياس : عمر الحاج

**Exercice 1 :**

- La constante de gravitation universelle  $G = F \cdot r^2 / m_1 m_2$ .

$$[G] = \frac{[F] L^2}{M^2} = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^2}{M^2} = L^3 \cdot M^{-1} \cdot T^{-2}, \text{ donc } G \text{ est exprimé en } \frac{m^3}{Kg \cdot s^2}$$

- L'équation  $F = G \cdot m_1 m_2 / r^2$  peut être écrite sous cette forme :

$$[F] \cdot [G]^{-1} \cdot m_1^{-1} m_2^{-1} \cdot r^2 = 1$$

Ou sous forme dimensionnelle :  $[F] \cdot [G]^{-1} \cdot M^{-2} \cdot L^2 = 1$

En faisant une comparaison avec  $F^x \cdot [G]^y \cdot M^z \cdot L^t = 1$ ,

On trouve :  $x = 1, y = -1, z = -2, t = 2$ .

- L'équation  $[F] \cdot [G]^{-1} \cdot M^{-2} \cdot L^2 = 1$  peut être développée en faisant une analyse dimensionnelle de F, soit :

$$[M \cdot L \cdot T^{-2}] \cdot [G]^{-1} \cdot M^{-2} \cdot L^2 = 1, \text{ soit : } T^{-2} \cdot [G]^{-1} \cdot M^{-1} \cdot L^3 = 1$$

En faisant une comparaison avec  $T^a \cdot [G]^b \cdot M^c \cdot L^d = 1$ ,

On trouve :  $a = -2, b = -1, c = -1, d = 3$ .

- Les trois paramètres sont dépendants si on établit une relation entre eux.

Pour vérifier la dépendance, l'équation  $[F]^a \cdot [m]^b \cdot [g]^c = 1$  entraîne que a, b et c sont des exposants non nuls.

Soit,

$$[M \cdot L \cdot T^{-2}]^a \cdot M^b \cdot [L \cdot T^{-2}]^c = 1$$

Ou encore plus simplifiée :

$$M^{a+b} \cdot L^{a+c} \cdot T^{-2a-2c} = 1, \text{ entraîne : } a+b=0; a+c=0 \text{ et } -2a-2c=0$$

Soit  $b = c = -a$

- En remplaçant dans l'équation  $[F]^a \cdot [m]^b \cdot [g]^c = 1$ , on trouve :

$$[F]^a \cdot [m]^{-a} \cdot [g]^{-a} = 1$$

En posant  $a = 1$ , on trouve la deuxième loi de Newton :  $F = m \cdot g$

**Exercice 2 :**

Vecteurs :  $\vec{V}_1 = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{V}_2 = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

Modules :  $\|\vec{V}_1\| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6} = \|\vec{V}_2\|$

- Les vecteurs unitaires de  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$  sont respectivement :

$$\vec{u}_1 = \frac{\vec{V}_1}{\|\vec{V}_1\|} = \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{j} + \frac{2}{\sqrt{6}} \vec{k}, \vec{u}_2 = \frac{\vec{V}_2}{\|\vec{V}_2\|} = \frac{2}{\sqrt{6}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{j} + \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{k}$$

- Le produit vectoriel :  $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2\vec{i} & -\vec{j} & -\vec{k} \\ -(1.1-2.2)\vec{j} & + & \\ + & (1.1-1.2)\vec{k} & \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\vec{i} & 3\vec{j} & -\vec{k} \end{vmatrix}$

- Le produit scalaire :  $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = (\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}) \cdot (2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) = 1.2 + 1.1 + 2.1 = 5$

- Le produit mixte :  $(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) = (-\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}) \cdot (-\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}) = 11$

- Si on pose :  $\vec{W} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ , le produit mixte précédent peut être écrit sous la forme :

$\vec{W} \cdot (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2)$ , qui donne le volume du parallélépipède formé par les côtés :  $\vec{V}_1, \vec{V}_2$  et

$$\vec{W} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$$

-  $\vec{F} = \|\vec{F}\| \cdot \vec{u}$ ,  $\vec{u}$  : est un vecteur unitaire de  $\vec{F}$ .

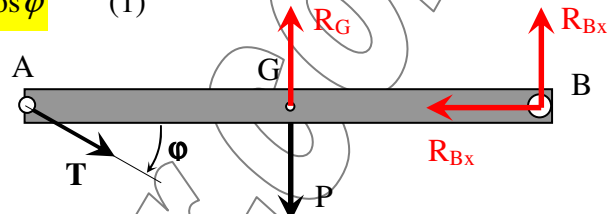
Puisque  $\vec{F}$  et  $\vec{V}_1$  ont la même direction, alors :

$$\vec{u} = \frac{\vec{V}_1}{\|\vec{V}_1\|} \text{ et } \vec{F} = \|\vec{F}\| \cdot \vec{u} = \frac{\|\vec{F}\|}{\|\vec{V}_1\|} \cdot \vec{V}_1 = \frac{8}{\sqrt{6}} \vec{V}_1 = \frac{8}{\sqrt{6}} \vec{i} + \frac{8}{\sqrt{6}} \vec{j} + \frac{16}{\sqrt{6}} \vec{k}$$

### Exercice 3 :

I. 1<sup>ère</sup> condition d'équilibre :

$$\sum F/x = 0 : T \cdot \cos \varphi - R_{Bx} = 0 \Rightarrow R_{Bx} = T \cdot \cos \varphi \quad (1)$$



$$\sum F/y = 0 : -T \cdot \sin \varphi - P + R_G + R_{By} = 0 \Rightarrow R_{By} = T \cdot \sin \varphi + P - R_G \quad (2)$$

2<sup>ème</sup> condition d'équilibre :

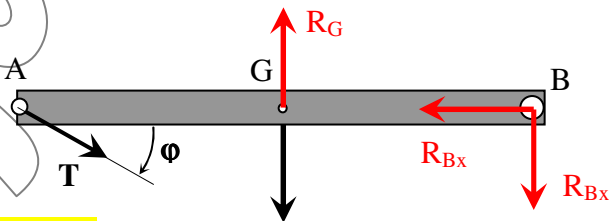
$$\sum M/B = 0 : P \cdot \frac{l}{2} - R_G \cdot \frac{l}{2} + T \cdot \sin \varphi \cdot l = 0 \Rightarrow R_G = P + 2T \cdot \sin \varphi \quad (3)$$

Remplaçant dans l'équation (2) :

$$R_{By} = T \cdot \sin \varphi + P - P - 2T \cdot \sin \varphi$$

$$R_{By} = -T \cdot \sin \varphi$$

On remarque que la direction de la force  $R_{By} = -T \cdot \sin \varphi$  est inversée. Elle doit avoir une valeur positive (voir fig.).



Vérification :

$$\sum M/G = 0 : T \cdot \sin \varphi \cdot \frac{l}{2} - R_{By} \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow R_{By} = T \cdot \sin \varphi$$

II. 1<sup>ère</sup> condition d'équilibre :

$$\sum F/x = 0 : R_A - F = 0 \Rightarrow R_A = F$$

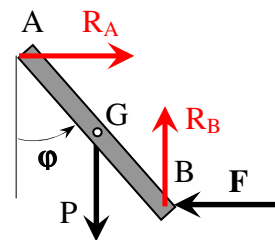
$$\sum F/y = 0 : R_B - P = 0 \Rightarrow R_B = P$$

Valeur de F pour que  $\varphi$  soit égal à  $30^\circ$  :

2<sup>ème</sup> condition d'équilibre :

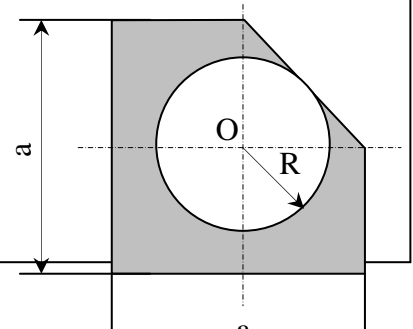
$$\sum M/A = 0 : -P \cdot \sin \varphi \cdot \frac{l}{2} - F \cdot \cos \varphi \cdot l + R_B \cdot \sin \varphi \cdot l = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{P}{2} \cdot \sin \varphi - F \cdot \cos \varphi + P \cdot \sin \varphi = 0 \Rightarrow F = \frac{P \cdot \sin \varphi}{2 \cos \varphi} = \frac{P}{2} \cdot \text{tg} \varphi, \quad F = \frac{P}{2\sqrt{3}}$$



### Exercice 4 :

On découpe une surface sous forme d'un disque de rayon R (surface  $S_2$ ) et une surface triangulaire de surface  $S_2$  d'un carré de surface  $S_1$ , on trouve l'aire de la surface hachurée. La surface résultante sera donc :  $S = S_1 - S_2 - S_3$ .



$$\sum_{i=1}^3 S_i = S = a^2 - \pi.r^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{7}{8}a^2 - \pi.r^2$$

Les coordonnées du centre de gravité de l'aire hachurée est définie par :

$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^3 x_{Gi} \cdot S_i}{\sum_{i=1}^3 S_i} = \frac{x_{G1} \cdot S_1 - x_{G2} \cdot S_2 - x_{G3} \cdot S_3}{S_1 - S_2 - S_3} ; y_G = \frac{\sum_{i=1}^3 y_{Gi} \cdot S_i}{\sum_{i=1}^3 S_i} = \frac{y_{G1} \cdot S_1 - y_{G2} \cdot S_2 - y_{G3} \cdot S_3}{S_1 - S_2 - S_3}$$

On a besoin uniquement de déterminer  $x_{G3}$  et  $y_{G3}$  (coordonnées du centre de gravité de la surface triangulaire S3) :  $x_{G3} = y_{G3} = \frac{2}{3}a$ .

D'où :

$$x_G = x_y = \frac{0 \cdot S_1 - 0 \cdot S_2 - \frac{2}{3}a \cdot \frac{a^2}{8}}{\frac{7}{8}a^2 - \pi.r^2} = \frac{\frac{a^3}{12}}{\frac{7}{8}a^2 - \pi.r^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{7a^2 - 8\pi.r^2}$$

$$x_G = x_y = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{7a^2 - 8\pi.r^2}$$

**Terminé sauf erreur ou omission.**

Chargé du module : OMAR El-Hadj - [www.hajomar.com/jpa](http://www.hajomar.com/jpa)