

Exercice 1 : (05 points)

- Déterminer l'unité du paramètre G dans l'équation : $F = G \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$, avec F en $N(kg \cdot m/s^2)$, la force de gravitation entre deux points matériels de masses m_1 (kg) et m_2 (kg) et distant de r (m) et G , la constante de gravitation universelle.

- Mettre l'équation précédente sous la forme dimensionnelle $[F]^a \cdot [G]^b \cdot M^c \cdot L^d = 1$ et démontrer qu'on peut l'écrire sous la forme dimensionnelle suivante :

$$T^a \cdot [G]^b \cdot M^c \cdot L^d = 1, \quad [G] \text{ est la dimension de } G.$$

- Déterminer les coefficients a , b , c et d .

- Démontrer que F (la force), m (la masse) et g (l'accélération de la gravitation terrestre) sont dimensionnellement dépendants.

Exercice 2 : (05 points)

Soient deux vecteurs s : $\vec{V}_1 = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ et $\vec{V}_2 = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

- Déterminer les vecteurs unitaires de \vec{V}_1 et \vec{V}_2 .

- Déterminer les produits : vectoriel $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ et scalaire $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$ et $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 \cdot (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2)$.

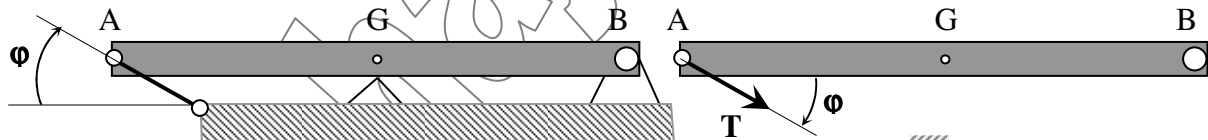
- Que signifie ce dernier produit.

- Déterminer les composantes du vecteur force \vec{F} caractérisée par les éléments suivants :

Son point d'application est celui du vecteur \vec{V}_1 , orientée dans le même sens que \vec{V}_1 et son module égal à 8 unités.

Exercice 3 : (06 points)

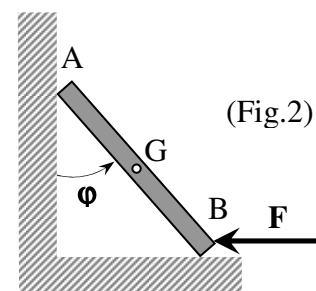
I. Déterminer les réactions dans les appuis de la poutre AB (voir fig. 1) de longueur l , dont son extrémité A est attachée à un câble de tension T , inclinée d'un angle ϕ , simplement appuyée au milieu G et articulée au point B. On suppose que la poutre est de masse homogène.



(Fig.1)

II. Une échelle de longueur l est simplement appuyée sans frottement sur un mur de son extrémité A et de l'autre (point B), sur le sol, est soutenue par une force horizontale F pour éviter le glissement. Voir fig.2.

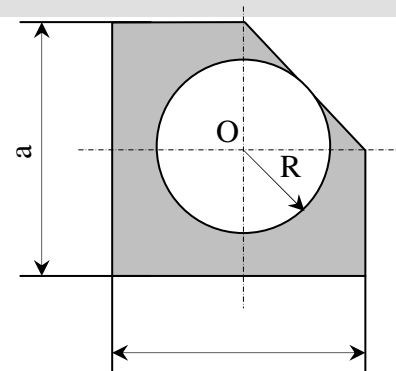
On demande de déterminer la valeur de F pour que l'angle d'équilibre ϕ soit égal à 30° .



(Fig.2)

Exercice 4 : (04 points)

Déterminer le barycentre de l'aire hachurée (colorée) de la fig.3. Prendre le centre du cercle O comme une origine de la référence (repère).



(Fig.3)

Bon courage et bonne chance

الثلاثاء 21 فيفري 2012

جامعة حسية بن بوعلي بالشلف
كلية الهندسة المدنية والمعمارية
قسم الهندسة المعمارية

الامتحان النهائي للسداسي الأول

الشعبة : هندسة معمارية - المستوى : L1 - المقياس : فيزياء البناية 1 - المدة : ساعة ونصف (1سا و 30د)

التمرين 1 (05 نقاط)

أوجد وحدة المعامل G في العلاقة التالية : $F = G.m_1.m_2/r^2$ ، حيث $F(N = kg.m/s^2)$ ، قوة الجاذبية بين نقطتين ماديتين كتلتاهما $m_1(kg)$ و $m_2(kg)$ والمسافة بينهما $r(m)$ و G ثابت الجذب العام.

- اكتب العلاقة السابقة على الشكل البعدي $L^x.M^y.G^z$ وبين أنه يمكن

كتابتها بالشكل البعدي التالي : $L^d.M^c.G^b.T^a$ ، حيث G بعد G .

- أوجد المعاملات : a, b, c, d و

- بين أن القوة F ، الكتلة m و تسارع الجاذبية الأرضية g مرتبطة بعديا.

التمرين 2 (05 نقاط)

لدينا الشعاعان : $\vec{V}_1 = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{V}_2 = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

- أوجد شعاعي الوحدة لكل منهما.

- أحسب الجداء الشعاعي $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ والسلمي $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$ ، ثم الجداء المختلط $(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_1$.

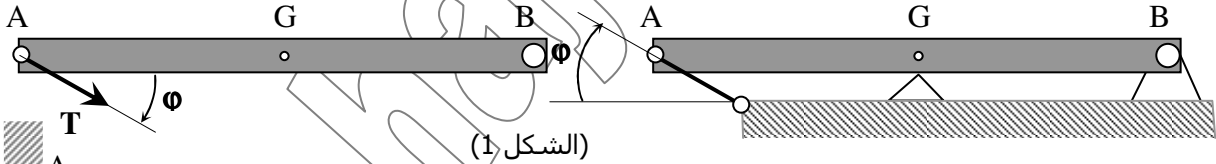
- ماذا يعني هذا الجداء الأخير.

- أوجد مركبات شعاع القوة \vec{F} المعرفة بعناصرها : نقطة التأثير هي نفسها نقطة تأثير

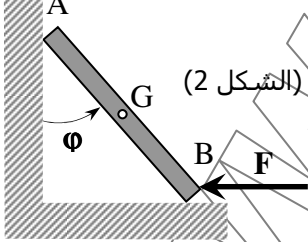
الشعاع \vec{V}_1 ، وبنفس اتجاهه وقيمتها (المقياس) 8 وحدات.

التمرين 3 (06 نقاط)

I. أوجد ردود الأفعال عند الوصلات للعارضه AB (بالشكل 1)، التي طولها l ، حيث يشد طرفها A بحبل توتره T يميل بزاوية ϕ عن الأفق، وتستند على وصلة بسيطة في وسطها G وتتمفصل بالطرف B . يفترض أن كتلة العارضة متجانسة..



(الشكل 1)



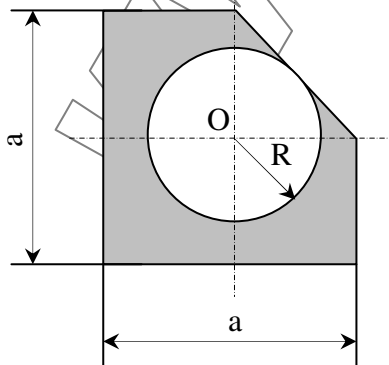
(الشكل 2)

II. يستند سلم طوله l على حائط دون احتكاك على طرفه A والطرف الآخر B على أرضية بحيث تسنده قوة أفقية لمنع الانزلاق. انظر الشكل 2.

- يطلب إيجاد قيمة القوة F لكي تكون زاوية الميل ϕ مع الحائط مساوية إلى 30° بدلالة الثقل.

التمرين 4 (04 نقاط)

- أوجد مركز الكتل للمساحة الملونة بالشكل 3. يؤخذ مركز الدائرة O مركزا للمعلم.



(الشكل 3)

بالتوفيق - وأطيب الأمنيات

المكلف بالمقياس : عمر الحاج

Exercice 1 :

- La constante de gravitation universelle $G = F \cdot r^2 / m_1 m_2$.

$$[G] = \frac{[F] \cdot L^2}{M^2} = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^2}{M^2} = L^3 \cdot M^{-1} \cdot T^{-2}, \text{ donc } G \text{ est exprimé en } \frac{m^3}{Kg \cdot s^2}$$

- L'équation $F = G \cdot m_1 m_2 / r^2$ peut être écrite sous cette forme :

$$[F] \cdot [G]^{-1} \cdot m_1^{-1} m_2^{-1} \cdot r^2 = 1$$

$$\text{Ou sous forme dimensionnelle : } [F] \cdot [G]^{-1} \cdot M^{-2} \cdot L^2 = 1$$

$$\text{En faisant une comparaison avec } F^x \cdot [G]^y \cdot M^z \cdot L^t = 1,$$

On trouve : $x = 1, y = -1, z = -2, t = 2$.

- L'équation $[F] \cdot [G]^{-1} \cdot M^{-2} \cdot L^2 = 1$ peut être développée en faisant une analyse dimensionnelle de F, soit :

$$[M \cdot L \cdot T^{-2}] \cdot [G]^{-1} \cdot M^{-2} \cdot L^2 = 1, \text{ soit : } T^{-2} \cdot [G]^{-1} \cdot M^{-1} \cdot L^3 = 1$$

$$\text{En faisant une comparaison avec } T^a \cdot [G]^b \cdot M^c \cdot L^d = 1,$$

On trouve : $a = -2, b = -1, c = -1, d = 3$.

- Les trois paramètres sont dépendants si on établit une relation entre eux.

Pour vérifier la dépendance, l'équation $[F]^a \cdot [m]^b \cdot [g]^c = 1$ entraîne que a, b et c sont des exposants non nuls.

Soit,

$$[M \cdot L \cdot T^{-2}]^a \cdot M^b \cdot [L \cdot T^{-2}]^c = 1$$

Ou encore plus simplifiée :

$$M^{a+b} \cdot L^{a+c} \cdot T^{-2a-2c} = 1, \text{ entraîne : } a+b=0; a+c=0 \text{ et } -2a-2c=0$$

Soit $b = c = -a$

- En remplaçant dans l'équation $[F]^a \cdot [m]^b \cdot [g]^c = 1$, on trouve :

$$[F]^a \cdot [m]^{-a} \cdot [g]^{-a} = 1$$

En posant $a = 1$, on trouve la deuxième loi de Newton : $F = m \cdot g$

Exercice 2 :

$$\text{Vecteurs : } \vec{V}_1 = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{V}_2 = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

$$\text{Modules : } \|\vec{V}_1\| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6} = \|\vec{V}_2\|$$

- Les vecteurs unitaires de \vec{V}_1 et \vec{V}_2 sont respectivement :

$$\vec{u}_1 = \frac{\vec{V}_1}{\|\vec{V}_1\|} = \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{j} + \frac{2}{\sqrt{6}} \vec{k}, \vec{u}_2 = \frac{\vec{V}_2}{\|\vec{V}_2\|} = \frac{2}{\sqrt{6}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{j} + \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{k}$$

$$\text{- Le produit vectoriel : } \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2\vec{i} & -\vec{j} & -\vec{k} \\ -(1.1-2.2)\vec{j} & + & \\ + & (1.1-1.2)\vec{k} & \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\vec{i} & 3\vec{j} & -\vec{k} \end{vmatrix}$$

$$\text{- Le produit scalaire : } \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = (\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}) \cdot (2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) = 1.2 + 1.1 + 2.1 = 5$$

$$\text{- Le produit mixte : } (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) = (-\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}) \cdot (-\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}) = 11$$

- Si on pose : $\vec{W} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$, le produit mixte précédent peut être écrit sous la forme :

$$\vec{W} \cdot (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2), \text{ qui donne le volume du parallélépipède formé par les côtés : } \vec{V}_1, \vec{V}_2 \text{ et}$$

$$\vec{W} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$$

- $\vec{F} = \|\vec{F}\| \cdot \vec{u}$, \vec{u} : est un vecteur unitaire de \vec{F} .

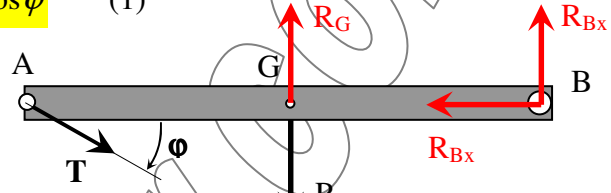
Puisque \vec{F} et \vec{V}_1 ont la même direction, alors :

$$\vec{u} = \frac{\vec{V}_1}{\|\vec{V}_1\|} \text{ et } \vec{F} = \|\vec{F}\| \cdot \vec{u} = \frac{\|\vec{F}\|}{\|\vec{V}_1\|} \cdot \vec{V}_1 = \frac{8}{\sqrt{6}} \vec{V}_1 = \frac{8}{\sqrt{6}} \vec{i} + \frac{8}{\sqrt{6}} \vec{j} + \frac{16}{\sqrt{6}} \vec{k}$$

Exercice 3 :

I. 1^{ère} condition d'équilibre :

$$\sum F/x = 0 : T \cdot \cos \varphi - R_{Bx} = 0 \Rightarrow R_{Bx} = T \cdot \cos \varphi \quad (1)$$



$$\sum F/y = 0 : -T \cdot \sin \varphi - P + R_G + R_{By} = 0 \Rightarrow R_{By} = T \cdot \sin \varphi + P - R_G \quad (2)$$

2^{ème} condition d'équilibre :

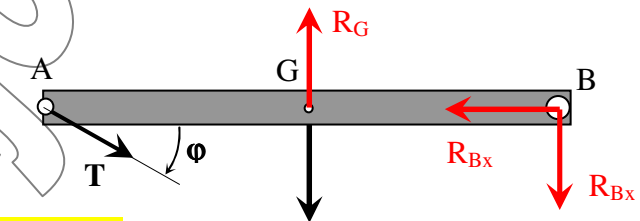
$$\sum M/B = 0 : P \cdot \frac{l}{2} - R_G \cdot \frac{l}{2} + T \cdot \sin \varphi \cdot l = 0 \Rightarrow R_G = P + 2T \cdot \sin \varphi \quad (3)$$

Remplaçant dans l'équation (2) :

$$R_{By} = T \cdot \sin \varphi + P - P - 2T \cdot \sin \varphi$$

$$R_{By} = -T \cdot \sin \varphi$$

On remarque que la direction de la force $R_{By} = -T \cdot \sin \varphi$ est inversée. Elle doit avoir une valeur positive (voir fig.).



Vérification :

$$\sum M/G = 0 : T \cdot \sin \varphi \cdot \frac{l}{2} - R_{By} \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow R_{By} = T \cdot \sin \varphi$$

II. 1^{ère} condition d'équilibre :

$$\sum F/x = 0 : R_A - F = 0 \Rightarrow R_A = F$$

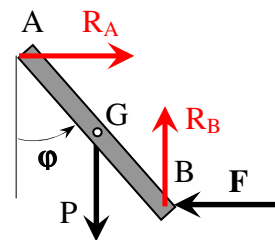
$$\sum F/y = 0 : R_B - P = 0 \Rightarrow R_B = P$$

Valeur de F pour que φ soit égal à 30° :

2^{ème} condition d'équilibre :

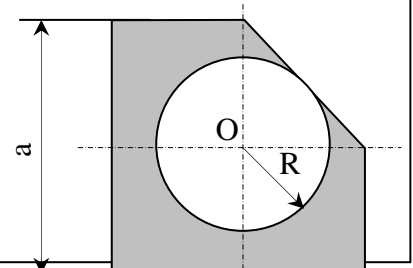
$$\sum M/A = 0 : -P \cdot \sin \varphi \cdot \frac{l}{2} - F \cdot \cos \varphi \cdot l + R_B \cdot \sin \varphi \cdot l = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{P}{2} \cdot \sin \varphi - F \cdot \cos \varphi + P \cdot \sin \varphi = 0 \Rightarrow F = \frac{P \cdot \sin \varphi}{2 \cos \varphi} = \frac{P}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi, \quad F = \frac{P}{2\sqrt{3}}$$



Exercice 4 :

On découpe une surface sous forme d'un disque de rayon R (surface S_2) et une surface triangulaire de surface S_2 d'un carré de surface S_1 , on trouve l'aire de la surface hachurée. La surface résultante sera donc : $S = S_1 - S_2 - S_3$.



$$\sum_{i=1}^3 S_i = S = a^2 - \pi.r^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{7}{8}a^2 - \pi.r^2$$

Les coordonnées du centre de gravité de l'aire hachurée est définie par :

$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^3 x_{Gi} \cdot S_i}{\sum_{i=1}^3 S_i} = \frac{x_{G1} \cdot S_1 - x_{G2} \cdot S_2 - x_{G3} \cdot S_3}{S_1 - S_2 - S_3} ; y_G = \frac{\sum_{i=1}^3 y_{Gi} \cdot S_i}{\sum_{i=1}^3 S_i} = \frac{y_{G1} \cdot S_1 - y_{G2} \cdot S_2 - y_{G3} \cdot S_3}{S_1 - S_2 - S_3}$$

On a besoin uniquement de déterminer x_{G3} et y_{G3} (coordonnées du centre de gravité de la surface triangulaire S3) : $x_{G3} = y_{G3} = \frac{2}{3}a$.

D'où :

$$x_G = x_y = \frac{0 \cdot S_1 - 0 \cdot S_2 - \frac{2}{3}a \cdot \frac{a^2}{8}}{\frac{7}{8}a^2 - \pi.r^2} = \frac{\frac{a^3}{12}}{\frac{7}{8}a^2 - \pi.r^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{7a^2 - 8\pi.r^2}$$

$$x_G = x_y = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{7a^2 - 8\pi.r^2}$$

Terminé sauf erreur ou omission.

Chargé du module : OMAR El-Hadj - www.hajomar.com/jpa