U.H.B.C. (Chlef) – F.S.S.I. – Département d'architecture 01 février 2011

Licence (L1) - S1- Physique 1 – Corrigé d'examen du S1 (ES1) – Durée : 1h30mn

Exercice 01 (4 points):

La force de Lorentz pour un point matériel d'une masse m, de charge électrique q soumis à un champ magnétique B et animé d'une vitesse v, est exprimée par la relation suivante :

$$\vec{F} = q\vec{v}\wedge\vec{B}$$

Lorsque $\vec{v} \perp \vec{B}$, une relation, peut-être déduite pour exprimer la vitesse angulaire ω du point en fonction des autres paramètres, de la forme :

$$\omega = k.m^{\alpha}.q^{\beta}.B^{\gamma}, \qquad k\ est\ une\ constante.$$

La vitesse angulaire peut-être exprimée en fonction de la période T_0 : $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$

- En connaissant les unités de base de la force F, déterminer l'équation aux dimensions de B en fonction de $[M]$, $[T]$, et $[Q]$. $[Q]$ est la dimension de q.
- Déterminer les coefficients α, β, γ.

Corrigé :

L'équation aux dimensions de F est :

$$[F] = [q][v][B] = [Q].L.T^{-1}.[B]$$

D'autre part,

$$[F] = M.L.T^{-2}$$

D'où :

$$[B] = M.T^{-1}[Q]^{-1}$$

L'équation aux dimensions de la vitesse angulaire est ω :

$$[\omega] = M^{\alpha}.[Q]^{\beta}.[B]^{\gamma}$$

D'autre part,

$$[\omega] = T^{-1}$$

En remplaçant l'expression de $[B]$:

$$M^{\alpha}.[Q]^{\beta}.[B]^{\gamma} = M^{\alpha}.[Q]^{\beta}.M.T^{-1}[Q]^{-1}$$

D'où :

$$M^{\alpha}.[Q]^{\beta}.M^{\gamma}.T^{-\gamma}[Q]^{-\gamma} = T^{-1}$$

Alors :

$$\begin{cases} \alpha + \gamma = 0 \\ \beta - \gamma = 0 \\ \gamma = 1 \end{cases}$$

Soit :

$\beta = \gamma = 1$ et $\alpha = -1$

D'où :

$$\omega = k.\frac{q.B}{m}$$

Terminé, Sauf erreur ou omission – OMAR (hajomar.com)

Exercice 02 (05 points):

On donne les composantes des vecteurs : $\vec{V_1} = x\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + \vec{k}$; $\vec{V_2} = 2\vec{\imath} + y\,\vec{\jmath} + 2\vec{k}$; $\vec{V_3} = 2\vec{\imath} + y\,\vec{\jmath} - 2z\vec{k}$.

- Déterminer x et y pour que les deux vecteurs $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ soient colinéaires ;
- Déterminer z pour que les deux vecteurs $\vec{V_1}$ et $\vec{V_3}$ soient perpendiculaires ;
- Déterminer $\vec{V_1}.\vec{V_2}$, $\vec{V_1}\wedge\vec{V_3}$, $\vec{V_1}.(\vec{V_2}\wedge\vec{V_3})$, $\vec{V_1}\wedge(\vec{V_2}\wedge\vec{V_3})$;
- Déduire la surface du triangle formé par $\vec{V_1}$ et $\vec{V_3}$;
- Déterminer le vecteur unitaire porté sur le support de $\vec{V_1}$;

Corrigé :

1. $\overrightarrow{V_1}$ et $\overrightarrow{V_2}$ sont colinéaires $\Longrightarrow \overrightarrow{V_1} \wedge \overrightarrow{V_2} = \vec{0}$

$$\begin{cases} x\,\vec{\imath} \\ 2\,\vec{\jmath} \\ 1\,\vec{k} \end{cases} \wedge \begin{cases} 2\,\vec{\imath} \\ y\,\vec{\jmath} \\ 2\,\vec{k} \end{cases} = \begin{cases} 4 - y = 0 \\ 2 - 2x = 0 \\ xy - 4 = 0 \end{cases} \Longrightarrow x = 1 \; et \;\; y = 4$$

2. $\overrightarrow{V_1}$ et $\overrightarrow{V_3}$ sont perpendiculaires $\Longrightarrow \overrightarrow{V_1} \circ \overrightarrow{V_3} = 0$

$$\left(x\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + \vec{k}\right)\left(2\vec{\imath} + y\,\vec{\jmath} - 2z\vec{k}\right) = 0 \Longrightarrow 2x + 2y - 2z = 0$$

D'où : $z = x + y = 5$

3.a. $\overrightarrow{V_1} \circ \overrightarrow{V_2} = \left(\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + \vec{k}\right)\left(2\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath} + 2\vec{k}\right) = 2 + 8 + 2 = 12$

3.b. $$\overrightarrow{V_1} \wedge \overrightarrow{V_3} = \begin{cases} \vec{\imath} \\ 2\,\vec{\jmath} \\ 1\,\vec{k} \end{cases} \wedge \begin{cases} 2\,\vec{\imath} \\ 4\,\vec{\jmath} \\ -10\,\vec{k} \end{cases} = \begin{cases} -20 - 4 = -24 \\ 2 + 10 = 12 \\ 4 - 4 = 0 \end{cases}$$

Soit : $\overrightarrow{V_1} \wedge \overrightarrow{V_3} = -24\vec{\imath} + 12\vec{\jmath}$

3.c. $$\overrightarrow{V_1}\,.\left(\overrightarrow{V_2} \wedge \overrightarrow{V_3}\right) = \left(\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + \vec{k}\right).\begin{cases} 2\,\vec{\imath} \\ 4\,\vec{\jmath} \\ 2\,\vec{k} \end{cases} \wedge \begin{cases} 2\,\vec{\imath} \\ 4\,\vec{\jmath} \\ -10\,\vec{k} \end{cases} = \begin{cases} -40 - 8 = -48\vec{\imath} \\ 4 + 20 = 24\vec{\jmath} \\ 0 \end{cases}$$

$$= \left(\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + \vec{k}\right)\left(-48\vec{\imath} + 24\vec{\jmath}\right) = 0$$

3.d. $$\overrightarrow{V_1} \wedge \left(\overrightarrow{V_2} \wedge \overrightarrow{V_3}\right) = \begin{cases} \vec{\imath} \\ 2\,\vec{\jmath} \\ 1\,\vec{k} \end{cases} \wedge \begin{cases} -48\vec{\imath} \\ 24\vec{\jmath} \\ 0 \end{cases} = \begin{cases} -24\vec{\imath} \\ -48\vec{\jmath} \\ 120\vec{k} \end{cases}$$

4. La surface du triangle formé par $\overrightarrow{V_1}$ et $\overrightarrow{V_3}$: $S_{t(v1,v3)} = \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{V_1} \wedge \overrightarrow{V_3}\right\| = \sqrt{24^2 + 12^2} = 26{,}83$

5. Le vecteur unitaire porté sur le support de $\overrightarrow{V_1}$:

$$\vec{u} = \frac{\overrightarrow{V_1}}{\|\overrightarrow{V_1}\|} = \frac{\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + \vec{k}}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{\imath} + \frac{2}{\sqrt{6}}\vec{\jmath} + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{k}\;,\; \|\vec{u}\| = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = 1$$

Terminé, Sauf erreur ou omission – OMAR (hajomar.com)

Exercice 03 (05 points) :

Déterminer le barycentre de la figure plane (fig.1) :
. En décomposant la figure en tracés usuels.
2. En utilisant l'intégrale simple.

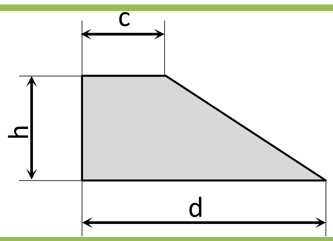


Fig.1

Corrigé :

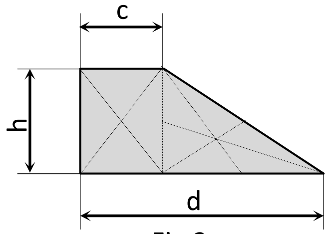


Fig.2

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{\sum_i x_{G_i}.s_i}{\sum_i s_i} = \dfrac{x_{G_1}.s_1 + x_{G_2}.s_2}{s_1 + s_2} \\ y_G = \dfrac{\sum_i y_{G_i}.s_i}{\sum_i s_i} = \dfrac{y_{G_1}.s_1 + y_{G_2}.s_2}{s_1 + s_2} \end{cases}$$

La figure peut-être décomposée en deux tracés usuels : un rectangle de cotés h et c et un triangle de hauteur h et de base (d-c). Les coordonnées des centres d gravités et les surface des figures usuelles sont comme suit :

$x_{G_1} = \frac{c}{2}; y_{G_1} = \frac{h}{2}$;

$x_{G_2} = c + \frac{d-c}{3}; y_{G_2} = \frac{h}{3}$

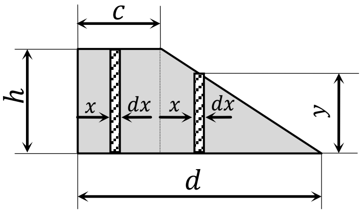
$s_1 = c.h\,;\; s_2 = (d - c).\frac{h}{2}$

Les coordonnées du centre de gravité sont données par les formules :

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{\sum_i x_{G_i}.s_i}{\sum_i s_i} = \dfrac{\frac{c}{2}.c.h+\left(c+\frac{d-c}{3}\right).(d-c).\frac{h}{2}}{c.h+(d-c).\frac{h}{2}} = \dfrac{1}{3}\dfrac{c^2+d^2+cd}{c+d} \\ y_G = \dfrac{\sum_i y_{G_i}.s_i}{\sum_i s_i} = \dfrac{\frac{h}{2}.c.h+\frac{h}{3}.(d-c).\frac{h}{2}}{c.h+(d-c).\frac{h}{2}} = \dfrac{h}{3}.\dfrac{2c+d}{d+c} \end{cases}$$

On peut aussi utiliser l'intégrale simple pour déterminer les coordonnées du barycentre :

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{\int_s x.ds}{\int_s ds} \\ y_G = \dfrac{\int_s y.ds}{\int_s ds} \end{cases}$$



Pour déterminer x_G, divisons la figure en bandes élémentaires verticales, de largeur dx. Chaque bande a une surface $h.dx$ pour le rectangle et $y.dx$ pour le triangle. Ainsi, l'intégrale doit être divisée en deux parties, dont les bornes sont définies selon les deux intervalles : $x = [0\,,c]\ et\ x = [c\,,d]$.

Puisque $ds\ = y.dx$, on doit déterminer y en fonction de x, pour rendre l'intégrale simple. D'après la fig. on peut écrire :

$$\frac{y}{d-c-x} = \frac{h}{d-c} \Longrightarrow y = \frac{h}{d-c}(d-c-x) = h - \frac{h}{d-c}.x$$

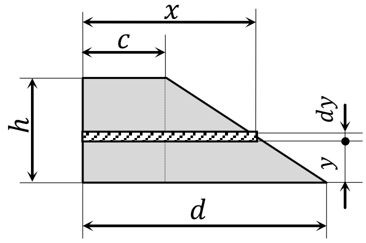
$$x_G = \frac{\int_{x=0}^{c} x.h.dx+\int_{x=c}^{d} x.\left(h-\frac{h}{d-c}.x\right).dx}{\int_{x=0}^{c} h.dx+\int_{x=c}^{d}\left(h-\frac{h}{d-c}.x\right).dx} = \frac{\int_{x=0}^{c} x.h.dx+\int_{x=c}^{d} x.h.dx-\int_{x=c}^{d}\frac{h}{d-c}.x^2\,.dx}{\int_{x=0}^{c} h.dx+\int_{x=c}^{d} h.dx-\int_{x=c}^{d}\frac{h}{d-c}.x\,.dx} = \frac{\int_{x=0}^{c} x.dx+\int_{x=c}^{d} x.dx-\int_{x=c}^{d}\frac{1}{d-c}.x^2\,.dx}{\int_{x=0}^{c} dx+\int_{x=c}^{d} dx-\int_{x=c}^{d}\frac{1}{d-c}.x\,.dx}$$

$$= \frac{\frac{c^2}{2}+\frac{d^2}{2}-\frac{c^2}{2}-\frac{1}{d-c}\left(\frac{d^3}{3}-\frac{c^3}{3}\right)}{d-\frac{1}{d-c}\left(\frac{d^2}{2}-\frac{c^2}{2}\right)} = \frac{\frac{d^2}{2}-\frac{1}{d-c}\left(\frac{d^3}{3}-\frac{c^3}{3}\right)}{c+d} = \frac{1}{3}\frac{c^2+d^2+cd}{c+d}$$

De la même façon, on peut déterminer y_G en divisant la figure en bandes élémentaires horizontales, de largeur dy et de longueur x (fig.). Déterminons d'abord x en fonction de y :

$$\frac{x-c}{h-y} = \frac{d-c}{h} \Longrightarrow x = c + (h-y)\frac{d-c}{h} = \frac{h.d-(d-c)y}{h}$$

$$ds = xdy = \frac{h.d-(d-c)y}{h}dy$$



$$y_G = \frac{\int_s \frac{h.d-(d-c)y}{h}y.dy}{\int_s \frac{h.d-(d-c)y}{h}.dy} = \frac{\int_{y=0}^{h} h.d.y-(d-c).y^2.dy}{\int_{y=0}^{h} h.d-(d-c)y.dy} = \frac{\frac{d}{2}.h-(d-c).\frac{h}{3}}{d-\frac{(d-c)}{2}} = \frac{h}{3}.\frac{2c+d}{d+c}$$

Terminé, Sauf erreur ou omission – OMAR (hajomar.com)

Exercice 04 (06 points) :

Pour élever une charge $m_1 = 50kg$, on utilise une potence de levage traditionnelle (fig. 2), constituée :

- d'une barre métallique homogène de longueur $AB = l = 3\,m$ et de masse $m = 10kg$. A mi-distance, la barre s'appuie sur le bord d'une dalle à une hauteur $h = 50\,cm$.
- d'un câble horizontal de poids négligeable devant la tension, passant par l'extrémité B pour s'attacher verticalement à la charge Q.

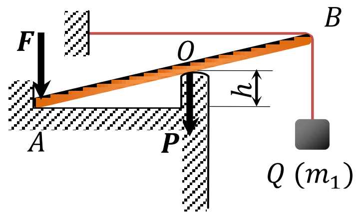


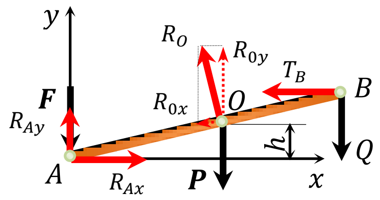
Fig.2

Remarque : On néglige le frottement dans les points d'appuis.

Pour éviter le glissement vertical de la barre, posée contre le mur et la dalle, on met une charge $m_2 = 150kg$ sur son extrémité A.

1) Faire un bilan des forces s'appliquant sur la barre.
2) Rappeler les conditions d'équilibre puis les exprimer en fonction des données du problème.
3) En déduire la valeur de la tension du câble et les réactions en A et B. On prend g = 9.81 N/kg.

Corrigé :



Conditions d'équilibre :

$\sum_i F_{i/x} = 0 : \; R_{Ax} - T_B - R_{Ox} = 0 \Longrightarrow R_{Ax} = T_B + R_{Ox} \qquad (4.1)$

$\sum_i F_{i/y} = 0 : \; -P - Q - F + R_{Ay} + R_{Oy} = 0 \Longrightarrow R_{Ay} = P + Q + F - R_{Oy} \; (4.2)$

$\sum_i M_{i/A} = 0 : \; \frac{l}{2}.R_O + 2h.T_B - d.P - 2d.Q = 0 \; (4.3)$

$\sum_i M_{i/O} = 0 : \; -d.R_{Ay} + h.R_{Ax} + d.F - d.Q + 2h.T_B = 0 \; (4.4)$

$R_{Ox} = R_O.\frac{2h}{l} \; (4.5)$

$R_{Oy} = R_O.\frac{d}{l} \; (4.6)$

$d^2 + h^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Longrightarrow d = \frac{1}{2}\sqrt{l^2 - 4h^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3^2 - 4.0{,}5^2} = \sqrt{2}$

De (4.1), (4.2), (4.4), (4.5) et (4.6) :

$-d.\left(P + Q + F - R_O.\frac{d}{l}\right) + h.\left(T_B + R_O.\frac{2h}{l}\right) + d.F - d.Q + 2h.T_B = 0$

$\left(\frac{d^2}{l} + \frac{2h^2}{l}\right) R_O + 3h.T_B - d\,P - 2d.Q = 0 \; (4.7)$

Et de (4.3) :

$\frac{l}{2}.R_O + 2h.T_B - d.P - 2d.Q = 0 \; \Longrightarrow R_O = \frac{2}{l}(d.P + 2d.Q - 2h.T_B) \; (4.8)$

En remplaçant dans (4.7) :

$\left(\frac{d^2}{l} + \frac{2h^2}{l}\right).\frac{2}{l}.(d.P + 2d.Q - 2h.T_B) + 3h.T_B - d.P - 2d.Q = 0$

$T_B\left\{3h - \left(\frac{d^2}{l} + \frac{2h^2}{l}\right).\frac{4h}{l}\right\} = 2d.Q\left\{\left(\frac{d^2}{l} + \frac{2h^2}{l}\right).\frac{2}{l} - 1\right\} + d.P\left\{\left(\frac{d^2}{l} + \frac{2h^2}{l}\right).\frac{2}{l} - 1\right\}$

$T_B = \frac{\left\{\left(\frac{d^2}{l} + \frac{2h^2}{l}\right).\frac{2}{l} - 1\right\}}{\left\{3h - \left(\frac{d^2}{l} + \frac{2h^2}{l}\right).\frac{4h}{l}\right\}}.(2d.Q + d.P)$

$\frac{d^2}{l} + \frac{2h^2}{l} = \frac{d^2 + h^2}{l} + \frac{h^2}{l} = l + \frac{h^2}{l}$

$T_B = \frac{2h^2 + l^2}{4h^3 - l^2.h}.(2d.Q + d.P)$

$R_O = \frac{2}{l}(d.P + 2d.Q - 2h.T_B)$

$R_{Ax} = T_B + \frac{2h}{l}.R_O$

$R_{Ay} = P + Q + F - \frac{d}{l}.R_O$

A.N.

$P = m.g = \; ; Q = m_1.g = ; F = m_2.g =$

$T_B = \; ; R_O = ; R_{Ay} = ; R_{Ay} =$

Terminé, Sauf erreur ou omission – OMAR (hajomar.com)

Ce document est en ébauche.

Merci de m'informer de toute erreur ou omission.

Chargé du module : El-Hadj OMAR