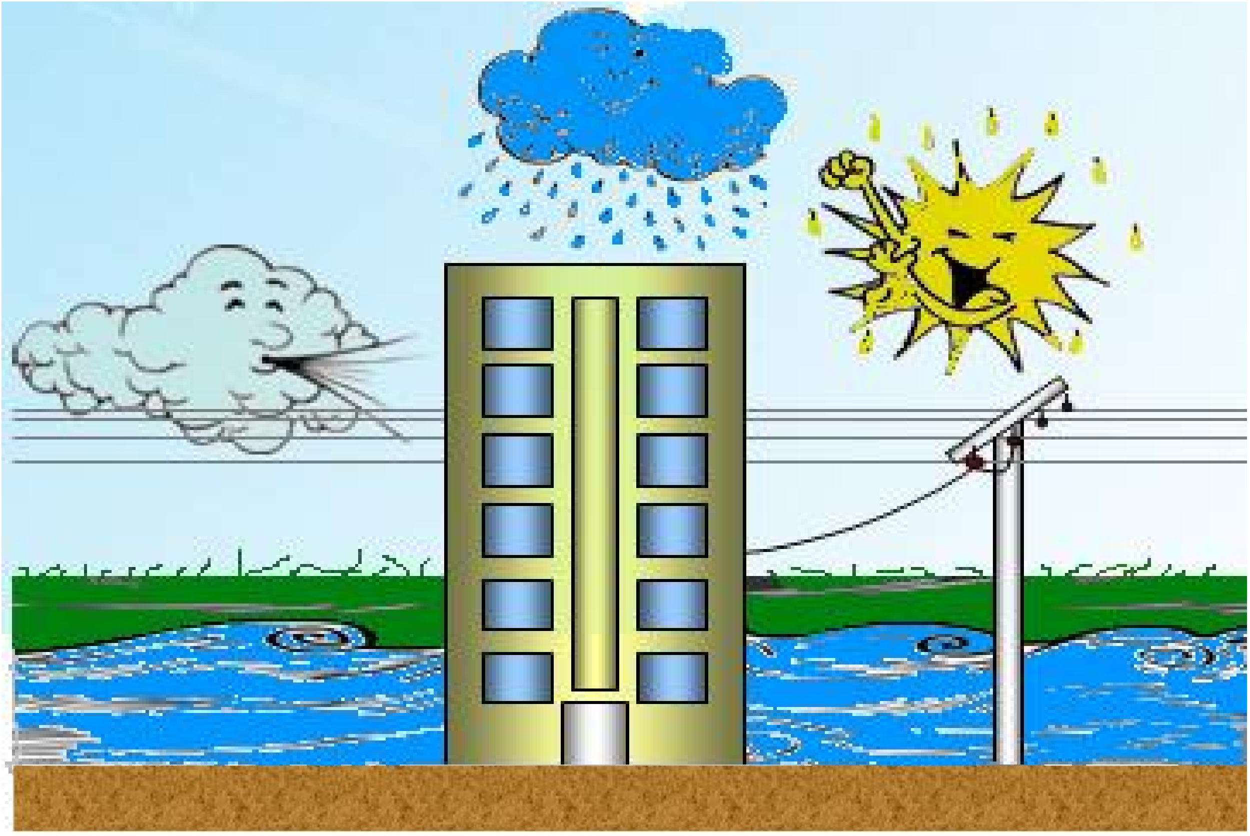
OMAR El-Hadj



PHYSIQUE DU BATIMENT 1

Exercices corrigés

Destinés aux étudiants de licence en architecture

Collection Jasmin

U.H.B. CHLEF - 2012

Corrigé du TD N0 1

Exercice 01 :

Chacun des six systèmes d'unités de mesure est caractérisé par un certain nombre d'unités fondamentales (ou de base).
- Citer ces unités de base pour chaque système;
- Préparer un tableau de correspondance qui lie par conversion les différentes unités de mesure pour chaque système.

Corrigé (indications) :

Conversion entre les unités de bases dans les différents systèmes :

Unité de base	SI	CGS	MTS	Unités anglo-saxonnes	Unités de Planck
Longueur	1 m	100 cm	1 m	3,2808 ft (feet)	$0{,}6188\ .10^{35}\ l_p$
Masse	1 kg	1000 g	10^{-3} t	2,2046 lb	$0{,}4593\ .10^{8}\ m_p$
Temps	1 s	1 s	1 s	1 s	$0{,}1855\ .10^{44}\ t_p$
Intensité de courant	1 A	1 A	1 A	1 A	$0{,}2874\ .10^{-25}\ I_p$
Température thermodynamique	1 K	1 K	1 K	-457,87 °F	$0{,}7067\ .\ 10^{-32}\ T_p$
Intensité lumineuse	1 cd	?	?	?	?
Quantité de la matière	1 mol	1 mol	1 mol	1 mol	?

Indictions :

T(°C) = (T(°F) - 32)×5/9
T(°F) = T(°C)×9/5 + 32
T(°C) = T(°K) – 273,15

Nom	Dimension	Formule	Valeur approchée, (SI)
Longueur de Planck	longueur (L)	$l_P = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}}$	1.616×10^{-35} m
Masse de Planck	masse (M)	$m_P = \sqrt{c\hbar/G}$	2.177×10^{-8} kg
Temps de Planck	temps (T)	$t_P = \frac{l_P}{c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}$	5.391×10^{-44} s
Température de Planck	température (Θ)	$T_P = \frac{m_P c^2}{k} = \frac{\sqrt{c^5 \frac{\hbar}{G}}}{k}$	1.415×10^{32} K
Charge de Planck	charge électrique (Q)	$q_P = \sqrt{c\hbar 4\pi\epsilon_0}$	1.875×10^{-18} C
Courant de Planck	courant électrique (QT^{-1})	$I_P = \frac{q_P}{t_P} = \sqrt{\frac{c^6 4\pi\epsilon_0}{G}}$	3.479×10^{25} A

$\hbar$: constante de Planck réduite, c : célérité de la lumière, G : Constante de gravitation universelle (constante gravitationnelle).

$\hbar = \frac{h}{2®}$ = 1,054 571 726×10^{-34} kg·m²·s^{-1}, h : constante de Planck.

C = 299 792 458 m·s^{-1}

G = 6,673 84(80)×10^{-11} m³·kg^{-1}·s^{-2}

Exercice 02 :

Exprimer en SI, CGS et unités anglo-saxonnes : 1 unité d'une force (SI) , 1 unité d'accélération (CGS), 1 unité de viscosité dynamique (Anglo-saxonnes).

Corrigé (indication) :

Conversion entre les unités (SI, CGS, Anglo-saxonnes)

Unité	SI	CGS	Unités anglo-saxonnes
Force	1 **N** (kg.m/s^2)	10^5 dyne (kg.cm/s^2)	7,2330 pdl (lb.ft/s^2)
Accélération	10^{-2} m/s^2	1 **Gal** (cm/s^2)	0.032808 ft/s^2
Viscosité dynamique	1.488 Pl	0.1488P (poise)	1 pdl s/sq ft

Indications :

- Unité de la force anglo-saxonne : poundal (pdl) ; 1pdl = 1 lb ft/s² = 0,138 254 954 376 N
- Force en CGS (dyne) : 1 dyne (kg.cm/s^2) = 10^{-5} N.
- Vitesse en unité anglo-saxonne : knot (nœud), 1 kn = 1 mile/hour (M/h) = 1,852 km/h.
- Viscosité en SI : poiseuille (Pl) = 0,1 poise (g.cm^{-1}.s¯1), 1 pdl s/sq ft ≈ 1,488 163 943 569 55 Pl

Exercice 03 :

L'équation d'état des gaz parfaits relative à une mole s'écrit : $P.V_m = R.T$
Donner l'équation aux dimensions de la constante molaire des gaz parfaits.

Corrigé (indication) :

L'équation d'état du gaz parfait est :

$P.V = n.R.T$ (n-nombre de moles), ainsi, $V_m = \dfrac{V}{n}$ (exprimé en l/mole ou m3/mole)

Indications :

1 mole = 6.02x10^{23} molécules.

- Une mole est une unité de base pour mesurer la quantité de la matière.
- 1 mole = 6.02 X 10^23 entités identiques (atomes, molécules, ions, électrons, etc...).

V_m = 22.41 l.$mole^{-1}$

Autrement on peut écrire :

$P.V_m = R.T$

Désignons par [R] la dimension de R.

Alors :

[R] = [P][V_m]/[T] (1)

Cherchons la dimension de chaque paramètre :

[P] - La pression du gaz en (Pa soit en N/m2 ou encore en kg.s^{-2}.m^{-1})

en terme de grandeur dimensionnelle :

$[P] = M.T^{-2}.L^{-1}$

De même :

$[V_m]$ en $m^3.mol^{-1}$ soit

$[V_m] = L^3.mol^{-1}$

T en °K soit,

$[T] = \theta$

En remplaçant dans (1),

$[R] = [P][V_m]/[T] = M.T^{-2}.L^{-1}.L^3.mol^{-1}.\theta^{-1}$

$$\boxed{[R] = M.L^2.T^{-2}.\ mol^{-1}.\theta^{-1}}$$

Exercice 04 :

Établir les équations aux dimensions en fonction des grandeurs masse, longueur, temps, etc. :

1. De la constante de Planck h sachant que l'énergie transportée par un photon est donnée par la relation :

$$E = h.\nu$$

où ν représente la fréquence du rayonnement correspondant.

2. De la constante de Boltzmann k qui apparaît dans l'expression de l'énergie cinétique d'une molécule d'un gaz monoatomique à la température T ; à savoir :

$$E_c = \frac{3}{2}k.T$$

3. De la permittivité du vide e o qui apparaît dans l'expression de la force d'interaction électrique (loi de Coulomb) :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{q.q'}{r^2}$$

4. De la perméabilité magnétique du vide μo qui, apparaît dans la loi de Laplace qui permet de prévoir la force d'interaction entre deux fils conducteurs parallèles de longueur L, placés dans le vide, séparés par une distance d et parcourus par des courants I et I' :

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}.\frac{I.I'}{d}.L$$

Corrigé (indication) :

1. La constante de Planck :

$h = E/\nu$; E s'exprime en N.m soit , en ($Kg.m^2/s^2$), ν en s^{-1}.

Alors :

$[h] = [E]/[\nu] = M.L^2.T^{-1}$

$$\boxed{[h] = M.L^2.T^{-1}.}$$

2. La constante de Boltzmann :

$k = 2/3.\ E_c/T$; E s'exprime en N.m soit , en ($Kg.m^2/s^2$), T en θ.

Alors :

$[k] = [E_c]/[T] = M.L^2.T^{-2}.\theta^{-1}$

$$\boxed{[k] = M.L^2.T^{-2}.\theta^{-1}}$$

3. La permittivité du vide :

ε_0 = 1/4π. q.q'/ (F.r^2); q = I.t s'exprime en C (coulomb) soit , en (A.s) .

Alors :

$[\varepsilon_0] = [q]^2. [F]^{-1}.L^{-2} = I^2.T^2.M^{-1}.L^{-1}.T^2L^{-2}$

$$\boxed{[\varepsilon_0] = I^2.T^4.M^{-1}.L^{-3}.}$$

4. La perméabilité magnétique du vide :

μ_0 = 4π. F.d/ (I.I'.L).

Alors :

$[\mu_0] = [F]. L.I^{-2}.L^{-1} = M.L.T^{-2}.L.I^{-2}.L^{-1}$

$$\boxed{[\mu_0] = M.L.I^{-2}.T^{-2}.}$$

Exercice 03 :

Vérifier l'homogénéité de la relation : où c représente la célérité de la lumière dans le vide.

Corrigé :

Vérification :

$£_0.«_0.c^2 = I^2.T^4.M^{-1}.L^{-3}.M.L.I^{-2}.T^{-2}.L^2.T^{-2} = 1$

Exercice 05 :

Les formules suivantes sont-elles valides dimensionnellement !? Faire une analyse dimensionnelle pour confirmer ou rectifier.

1. $F = \frac{G.m}{r}$, Tels que : F est une force, G une constante exprimé en $\frac{m^3}{kg.s^2}$, m est une unité de masse et r une unité de longueur.
2. $p = ° .g.h_1 + h_2.F$ tels que : P : une pression, g : l'accélération de la pesanteur, h1 et h2 : hauteurs, F : une force.
3. $- = \frac{b.\sin(a)}{t.\cos(c)}$, tels que : b, t des dimensions de longueur.

Corrigé :

1. $F = G.\frac{m}{r}$

L'équation peut-être écrite sous la forme dimensionnelle suivante :

$[F]^{~}.[G]\ .[m]^{¥}.[r]^{¯} = 1$ (1)

Tels que : [F] = M.L.T^{-2} ; [G] = L^3.M^{-1}.T^{-1} ; [m] = M et [r] = L.

Remplaçons les dimensions des paramètres de l'équation (1) par ses expressions dimensionnelle de bas, on obtient :

$[L.M.T^{-2}]^{~}.[L^3.M^{-1}.T^{-2}]\ .[M]^{¥}.[L]^{¯} = 1$

Soit :

$L^{~+3\ +¯}.M^{~-2\ +¥}.T^{-2~-2} = 1$

Cette équation est impossible physiquement, car on ne peut pas trouver une relation entre les dimensions de base. Mais mathématiquement, cette équation est valide si est seulement si les exposants des paramètres de base sont nuls. C'est-à-dire :

$$\begin{cases} \sim + 3 \quad + \text{¯} = 0; \\ \sim - \quad + \text{¥} = 0; \\ -2\sim - 2 \quad = 0. \end{cases}$$

Qui a pour solution :

$$\begin{cases} -2\sim - 2 \quad = 0 \Rightarrow \sim = - \\ \sim - \quad + \text{¥} = 0 \Rightarrow \text{¥} = 2 \\ \sim + 3 \quad + \text{¯} = 0 \Rightarrow \text{¯} = -2 \end{cases}$$

Remplaçons ces valeurs en fonction de   en (1) , on obtient :

$[F]^{-} \ .[G] \ .[m]^{2} \ .[r]^{-2} \quad = 1$

Et si on pose   = 1 :

$[F]^{-1}.[G].[m]^{2}.[r]^{-2} = 1$ qui est équivalente à $[F] = [G].\dfrac{[m]^{2}}{[r]^{-2}}$.

En comparaison avec l'équation (1), cette dernière peut-être représentée physiquement sous la forme :

$F = k.G.\dfrac{m^{2}}{r^{2}}$, tel que k : une constante sans dimension.

Alors, dans (1) il manque un paramètre $\dfrac{m}{r}$ pour que l'équation soit correcte dimensionnellement.

2. $p = \circ .g.h_1 + h_2.F$

Cette équation peut-être présenté sous cette forme :

$[p] = [\circ].[g].[h_1] + [h_2].[F]$, qui contient deux termes dans son deuxième membre.

Pour vérifier validité de l'équation, par défaut, on suppose une incompatibilité de dimensions entre ses termes. Ceci nous oblige à analyser ses dimensions terme par terme, c'est-à-dire, représenter l'équation sous la forme :

$$\begin{cases} [p] = [\circ].[g].[h_1]; \\ [P] = [h_2].[F]. \end{cases}$$

D'où l'écriture :

$$\begin{cases} [p]^{a}.[\circ]^{b}.[g]^{c}.[h_1]^{d}; \\ [P]^{x}.[h_2]^{y}.[F]^{z}. \end{cases}$$

En analysant dimensionnellement cette équation, on obtient sa forme en fonction des dimensions de base :

$$\begin{cases} \left[M.L^{-1}.T^{-2}\right]^{a}.\left[M.L^{-3}\right]^{b}.\left[L.T^{-2}\right]^{c}.[L]^{d} = 1; \\ \left[M.L^{-1}.T^{-2}\right]^{x}.[L]^{y}.\left[M.L.T^{-2}\right]^{z} = 1. \end{cases}$$

Ou encore plus simplifiée :

$$\begin{cases} M^{a+b}.L^{-a-3b+c+d}.T^{-2a-2c} = 1; \\ M^{x+z}.L^{-x+y+z}.T^{-2x-2z} = 1. \end{cases}$$

L’équation du premier terme est correcte. Elle donne la forme : $p = °.g.h_1$, par contre le deuxième terme doit être multiplié par un paramètre qui a la dimension $\frac{1}{L^3}$.

3. $- = \frac{b.\sin(a)}{t.\cos(b)}$, Les termes sin(a) et cos(b) sont des termes sont dimensions, car :

[sin(a)] = [cos(b)] = L/L, alors :

$[-] = \frac{[b].[\sin(a)]}{[t].[\cos(b)]} = \frac{L}{L} = 1$ et l’équation est correcte.

Document en ébauche

Préparé par le chargé de la matière : OMAR El-Hadj (29/11/2012)
www.hajolmar.com/jpa