⚠ Document en ébauche – Prière m'aider à corriger les erreurs.

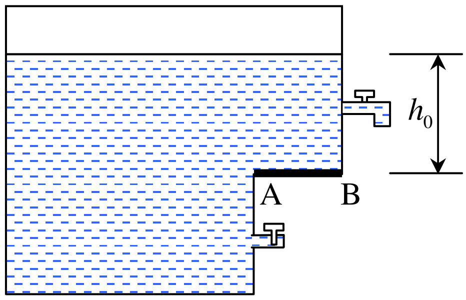
UHB Chlef - Faculté de génie Civil et d'Architecture – Dpt d'Architecture Mercredi 08 juin 2011

Niveau : L1 (Licence), S2 – Module : Physique du bâtiment 2 – ES2 – Durée : 1h30mn.

Exercice 1 (07 points) :

Un réservoir, à la forme présentée par la figure ci-contre, est rempli d'eau ($\rho = 1 \quad kg/l$). A une profondeur $h_0/2$ de la surface libre, le réservoir est muni d'une vanne automatique qui s'ouvre pour évacuer l'eau quand la pression dépasse 1,0736 bar.

1bar = 10^5 Pa = 10^5 N/m2.



I. Quand la vanne est en état de fermeture.

- Déterminer la distance h_0 ;
- Déterminer la force qui s'exerce sur la vanne, si la section de l'orifice est circulaire, de diamètre d = 10 mm,
- Déterminer la force qui s'exerce sur la facette horizontale AB par m^2, qui se trouve à une profondeur h_0 de la surface libre.

II. On ouvre la vanne automatique pour évacuer l'eau jusqu'au niveau $h_0/2$ de la surface libre. On suppose que le fluide est incompressible et parfait,

- Déterminer la vitesse d'écoulement de l'eau dans la vanne, en négligeant la vitesse de déplacement de la surface libre.
- Déterminer le débit volumique q_v.

Corrigé :

La hauteur h_0 :

$$P - P_{atm} = \rho.g.\frac{h_0}{2} \Rightarrow h_0 = 2\frac{(P - P_{atm})}{\rho.g} = 2\frac{(1{,}0736 - 1).10^5}{10^3.9{,}81} = 1{,}5\ m.$$

La force qui s'exerce sur la vanne :

$$F = P.S = P.\frac{\pi.d^2}{4} = 1{,}0736.10^5.\frac{\pi.(10.10^{-3})^2}{4} = 8{,}42776\ N.$$

La force qui s'exerce sur la facette AB par m^2 :

$$F = P.S = (\rho.g.h_0 + P_{atm}).S = (10^3.9{,}81.1{,}5 + 10^5).1 = 114715 \text{ N} = 1{,}14715\ MN.$$

Vitesse de l'écoulement de l'eau dans la vanne :

Equation de Bernoulli entre deux points (surface libre et niveau de la vanne) :

$$\frac{V_2^{\ 2} - V_1^{\ 2}}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g.(Z_2 - Z_1) = 0$$

V_1 est négligeable, $V_1 \approx 0$, $P_2 = P_1 = P_{Atm}$, d'où : $P_2 - P_1 = 0$ et $Z_2 - Z_1 = -\frac{h_0}{2}$

Ainsi : $\frac{V_2^{\ 2}}{2} - g.\frac{h_0}{2} = 0 \Rightarrow V_2 = \sqrt{g.h_0} = V_2 = \sqrt{9{,}81.1{,}5} = 3{,}8360\ m/s.$

Le débit volumique :

$$q_v = S_2.V_2 = \frac{\pi.d^2}{4}.V_2 = \frac{\pi.(10.10^{-3})^2}{4}.3{,}8360 = 0{,}30128.\ 10^{-3} \text{ m3/s} = 0{,}30128\ l/s.$$

Exercice 2 (05 points):

I. Soient deux tiges, une en acier et l'autre en cuivre, de longueurs initiales l_{0a} et l_{0c} et de coefficients de dilatation linéaires $\alpha_a = 12{,}0\times10^{-6}$ ($1/°K$) et $\alpha_c = 17{,}0\times10^{-6}$ ($1/°K$), respectivement.

- Déterminer le rapport des longueurs initiales entre les deux tiges, cuivre et acier.
- Si à toute température $l_a - l_c = d$, déterminer en fonction de d les longueurs initiales des deux tiges.

II. Si pour élever la température de l'ensemble de 23 à 100 °C, on a besoin de 7619 J. On suppose que la quantité de chaleur est répartie équitablement sur la longueur de chaque tige.

- Déterminer les capacités calorifiques massiques des deux matériaux en Cal/(Kg.°K), si les masses linéiques (masse par unité de longueur), du cuivre et de l'acier sont respectivement : 0,2710 kg/m 0,7850 kg/m. Prendre d = 5cm.

Corrigé :

I. Rapport es longueurs initiales des deux tiges :

$$l_a - l_{0a} = \alpha_a . l_{0a} . \Delta T \qquad (1)$$

$$l_c - l_{0c} = \alpha_c . l_{0c} . \Delta T \qquad (2)$$

Faisons une soustraction (1) – (2) :

$$\alpha_a . l_{0a} . \Delta T - \alpha_c . l_{0c} . \Delta T = 0 \text{, soit : } \alpha_a . l_{0a} . = \alpha_c . l_{0c} \Rightarrow \frac{l_{0a}}{l_{0c}} = \frac{\alpha_c}{\alpha_a} \qquad (3).$$

$$\frac{l_{0a}}{l_{0c}} = \frac{\alpha_c}{\alpha_a} = \frac{17{,}0.10^{-6}}{12{,}0.10^{-6}} = 1{,}416667.$$

Longueur de chaque tige en fonction de d :

$$l_{0a} - l_{0c} = d \Rightarrow l_{0c} = l_{0a} - d$$

Remplaçons dans (3) :

$$\frac{l_{0a}}{l_{0a} - d} = \frac{\alpha_c}{\alpha_a} \Rightarrow l_{0a}\left(\frac{\alpha_c}{\alpha_a} - 1\right) = d . \frac{\alpha_c}{\alpha_a} \Rightarrow l_{0a} = \frac{\frac{\alpha_c}{\alpha_a}}{\left(\frac{\alpha_c}{\alpha_a} - 1\right)} . d = l_{0a} = \frac{\alpha_c}{(\alpha_c - \alpha_a)} . d$$

D'où : $$l_{0c} = \frac{\frac{\alpha_c}{\alpha_a}}{\left(\frac{\alpha_c}{\alpha_a} - 1\right)} . d - d = \frac{\alpha_a}{(\alpha_c - \alpha_a)} . d$$

II. La quantité de chaleur nécessaire pour élever la température des deux tiges de 23°C à 100°C, soit de ΔT = 77°C est 7619 Joules. Cette quantité sera répartie uniformément selon la longueur de chaque tige. On détermine d'abord la longueur de chaque tige.

Pour $d = 5\ cm = 0{,}05\ m$,

$$l_{0a} = \frac{\frac{\alpha_c}{\alpha_a}}{\left(\frac{\alpha_c}{\alpha_a} - 1\right)} . d = \frac{\frac{17{,}0.10^{-6}}{12{,}0.10^{-6}}}{\left(\frac{17{,}0.10^{-6}}{12{,}0.10^{-6}} - 1\right)} . 0{,}05 = 0{,}17\ m = 17\ cm.$$

$$l_{0c} = \frac{d}{\left(\frac{\alpha_c}{\alpha_a} - 1\right)} = \frac{0{,}05}{\left(\frac{17{,}0.10^{-6}}{12{,}0.10^{-6}} - 1\right)} = 0{,}12\ m = 12\ cm.$$

Donc, ΔQ = 7619 J sera répartie uniformément sur une longueur $l_{0a} + l_{0c} = 0{,}17 + 0{,}12 = 0{,}29\ m$,

Soit $\frac{7619}{0{,}29} = 26272{,}4137\ J/m.$

Donc,

$\Delta Q_a = 26272{,}4137 . 0{,}17 = 4466{,}3103$ J : quantité de chaleur nécessaire pour élever la température de la tige d'acier de ΔT = 77°C.

$\Delta Q_c = 26272{,}4137 . 0{,}12 = 3152{,}6897$ J : quantité de chaleur nécessaire pour élever la température de la tige de cuivre de ΔT = 77°C.

Calcul des masses des tiges :

Masse de la tige d'acier (m_{la} : masse linéique de la tige d'acier), $m_a = m_{la}.l_{0a} = 0{,}7850.0{,}17 =$ 0,13345 kg.

Masse de la tige du cuivre (m_{lc} : masse linéique de la tige de cuivre), $m_c = m_{lc}.l_{0c} = 0{,}2710.0{,}12 =$ 0,03252 kg.

Il ne reste qu'à déterminer les capacités caloriques massiques de chaque matériau :

$$\Delta Q_a = C_a.m_a.\Delta T \Rightarrow C_a = \frac{\Delta Q_a}{m_a.\Delta T} = \frac{4466{,}3103}{0{,}13345.77} = 434{,}6499\ \frac{J}{Kg.°K} = 103{,}8836\frac{Cal}{Kg.°K}.$$

$$\Delta Q_c = C_c.m_c.\Delta T \Rightarrow C_c = \frac{\Delta Q_c}{m_c.\Delta T} = \frac{3152{,}6897}{0{,}03252.77} = 1259{,}041\frac{J}{Kg.°K} = 300{,}9180\frac{Cal}{Kg.°K}.$$

Les capacités thermiques des deux matériaux sont aux environs de 386 J/(kg.°K) pour l'acier 470 J/(kg.°K) pour le cuivre. Ce qui signifie que la quantité de chaleur dépasse largement le besoin. En fait, on a besoin uniquement de $\Delta Q = \Delta Q_a + \Delta Q_c = (C_a.m_a. + C_c.m_c)\Delta T =$ $(386.0{,}13345. + 470.0{,}03252).77 = 5143{,}2997$ Joules.

Ainsi,

$$\Delta Q_a = 26272{,}4137.0{,}17 = 4466{,}3103 \text{ J}$$

$$\frac{\Delta Q}{l_{0a} + l_{0c}} = \frac{5143{,}2997}{0{,}29} = 17735{,}5162 \text{ J/m.}$$

Et par suite :

$$\Delta Q_a = 17735{,}5162.0{,}17 = 3015{,}03776 \text{ J.}$$

$$\Delta Q_c = 17735{,}5162.0{,}12 = 2128{,}26194 \text{ J.}$$

Cette dernière étape n'est pas demandée. Et l'erreur de données a été introduite pour montrer comment estimer la quantité de chaleur nécessaire à élever la température de ΔT pour les deux matériaux. Il est aussi important de rappeler qu'à cause des déperditions thermiques, pratiquement 7619 Joules est dans les limites des besoins réels.

Exercice 3 (05 points):

- Déterminer, en fonction de e_0, le coefficient de transmission de la chaleur pour un mur composé de trois couches de l'extérieur à l'intérieur, en:

  - Brique : $\lambda_1 = 0{,}84\frac{W}{m.°K}$, $3e_0$;
  - Laine de verre : $\lambda_2 = 0{,}04\frac{W}{m.°K}$, $2e_0$;
  - En bois : $\lambda_3 = 0{,}16\frac{W}{m.°K}$, e_0.

N.B. On néglige les résistances superficielles des surfaces interne et externe du mur.

- Déterminer le flux de chaleur traversant le mur par unité de surface, si les températures T_{ext} = 35°C et T_{int} = 18°C.
- Déterminer les épaisseurs de chaque couche si on a besoin de 10 W/m² pour assurer cette dernière différence de température.

Corrigé :

Le flux de chaleur traversant un mur confectionné d'un matériau de conductivité thermique λ, d'épaisseur *e* et de surface *S*, par conduction, pour assurer une différence de température ΔT, est donnée par la loi de Fourier :

(en W).

Et la densité du flux de chaleur par :

$$\Phi = \frac{\lambda}{e}.\Delta T$$, soit le flux de chaleur par unité de surface.

Pour un mur composé de plusieurs couches de différents matériaux, on utilise la résistance thermique au lieu de la conductibilité.

$$R_{th} = \frac{e}{\lambda},$$

Le mur est composé de trois couches, de conductibilités λ_1, λ_2 et λ_3 et d'épaisseurs e_1, e_2 et e_3, respectivement, la résistance équivalente est :

$$R_{th\,éq} = \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}.$$

Le coefficient de transmission de la chaleur équivalent est donné par : $K_{Téq} = r_e + \frac{1}{R_{théq}} + r_i$, tels que r_e et r_i, les résistances superficielles des surfaces du mur, externe et interne.

Dans cet exercice, $r_e = r_i = 0$.

Ainsi ,

$$R_{th\,éq} = \left(\frac{3}{0,84} + \frac{2}{0,04} + \frac{1}{0,16}\right).e_0 = 59,82e_0.$$

Dans ce cas, la loi de Fourier peut-être écrite sous la forme :

$$\Phi = K_{Téq}.\Delta T = \left(r_e + \frac{1}{R_{théq}} + r_i\right).\Delta T = \frac{\Delta T}{R_{Téq}} = = \frac{0,284}{e_0}$$

Déterminons l'épaisseur e_0 si on a besoin de 10 W/m² pour assurer ΔT = 17 °C :

$$\Phi = \frac{0,284}{e_0} = 10 \Rightarrow e_0 = \frac{0,284}{10} = 0,0284m.$$

Ainsi, le mur est composé de $3e_0 = 3.\ 0,0284 = 0,0852m$ (8,52*cm*) de brique, de $2e_0 = 0,0568m$ (5,68*cm*) de laine de verre et 0,0284*m* (2,84*cm*) de bois.

Exercice 4 (03 points) :

Déterminer la puissance de la source (en watt) et le niveau d'intensité (en décibel : dB) à une distance de 20 m, si le niveau d'intensité mesuré à 1 m est de 50 dB. On suppose que l'onde sonore rayonne d'une façon identique dans l'espace (sphérique).

Corrigé :

$$I = \frac{P}{S},$$

Ainsi :

$$P = I.S = I_1.S_1 = I_2.S_2 \text{ Soit } \frac{I_2}{I_1} = \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow I_2 = \frac{S_1}{S_2}.I_1 = I_2 = \frac{4\pi.r_1^2}{4\pi.r_2^2}.I_1 = \frac{r_1^2}{r_2^2}.I_1$$

Le niveau d'intensité de son est déterminé par la relation :

$$L_I = 10.\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{\frac{L_I}{10}}.$$

D'où :

$$\frac{10^{\frac{L_{I2}}{10}}}{I_0} = \frac{r_1^2}{r_2^2}.\frac{10^{\frac{L_{I1}}{10}}}{I_0} \Leftrightarrow 10^{\frac{L_{I2}}{10}}.r_2^2 = 10^{\frac{L_{I1}}{10}}.r_1^2$$

Ou encore :

$$\frac{L_{I2}}{10} + 2\log r_2 = \frac{L_{I1}}{10} + 2\log r_1$$

$$\Rightarrow\ L_{I2} = L_{I1} + 20(\log r_1 - \log r_2) = 50 + 20(\log 1 - \log 20) = 23{,}98 \text{ dB} \approx 24 \text{ dB}$$

La puissance à la source :

$$L_I = L_W - 20(\log r)) - 11$$

Démonstration (n'est pas demandée) :

$$L_W = 10.\log\left(\frac{W}{W_0}\right) \Rightarrow W = W_O.10^{\frac{L_W}{10}} \qquad (1)$$

De même :

$$L_I = 10.\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{\frac{L_I}{10}} \qquad (2)$$

Par définition :

$$W = I.S \qquad (3)$$

En remplaçant W et I par ses expressions (1) et (2) :

$$W_O.10^{\frac{L_W}{10}} = I_O.10^{\frac{L_I}{10}}.4\pi.r^2$$

$$10^{\frac{L_W}{10}} = 10^{\frac{L_I}{10}}.4\pi.r^2\text{, car } W_0 = I_0.$$

$$\log 10^{\frac{L_W}{10}} = \log\left(10^{\frac{L_I}{10}}.4\pi.r^2\right) \Leftrightarrow \frac{L_W}{10} = \frac{L_I}{10} + \log(4\pi.r^2) \Leftrightarrow L_W = L_I + 10\log(4\pi) + 20\log(r)$$

$$L_W \approx L_I + 20\log(r) + 11$$

Alors la puissance à la source en dB :

$$L_W \approx 50 + 20\log(1) + 11 = 61 \text{ dB.}$$

Soit en watt :

$$W = 10^{-12}.10^{\frac{61}{10}} = 1{,}2589.10^{-6}\text{W.}$$

On peut directement déterminer W, à partir de la définition :

$W = I.S = I_0.10^{\frac{L_{I1}}{10}}.4\pi.r_1^{\,2} = 10^{-12}.10^{\frac{50}{10}}.4\pi.1^2 = 1{,}2566.10^{-6}\text{W}$. Cette valeur est la plus correcte, car elle est obtenue directement de la définition $W = I.S$. Par contre l'autre expression est obtenue par arrondissement des chiffres.

Chargé du module : OMAR El-Hadj (www.hajomar.com).

⚠ **Document en ébauche – Prière m'aider à corriger les erreurs.**