

Soyez brefs et clairs. Ne pas détailler !

N° d'inscription :

Réponse 01 :

6 Pts

I. Dimensions et unités :

$$1. \left[\sqrt{\frac{G \cdot h}{c^3}} \right] = \sqrt{\frac{L^3 \cdot M^{-1} \cdot T^{-2} \cdot M \cdot L^2 \cdot T^{-1}}{L^3 \cdot T^{-3}}} = L, \text{ en m}$$

(mètre).

1Pt

$$2. \left[\frac{h}{g} \sqrt{\frac{g}{2h}} \right] = \left[\frac{L}{LT^{-2}} \sqrt{\frac{LT^{-2}}{L}} \right] = T, \text{ en s}$$

(Seconde).

1Pt

$$3. \left[\frac{1}{4\pi} \frac{q \cdot q'}{r^2} \right] = \left[\frac{I^2 \cdot T^2}{L^2} \right] = I^2 \cdot T^2 \cdot L^{-2}, \text{ en } A^2 \cdot s^2 / m^2$$

1Pt

II. Analyse dimensionnelle :

$$F = \frac{t \cdot P}{h}, \quad F = d \cdot P \cdot t$$

Les deux formules sont des combinaisons de mêmes paramètres : $[F]$, L , $[P]$ et T . Donc, l'analyse sera la même.

D'où, l'équation universelle aux dimensions :

$$[F]^\alpha \cdot [t]^\beta \cdot [h]^\gamma \cdot [P]^\theta = 1$$

Remplaçons les paramètres par ses dimensions :

$$[M \cdot L \cdot T^{-2}]^\alpha \cdot [T]^\beta \cdot [L]^\gamma \cdot [M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}]^\theta = 1$$

Soit :

$$M^{\alpha+\beta} \cdot L^{\alpha+\gamma-\theta} \cdot T^{-2\alpha+\beta-2\theta} = 1 \text{ (Physiquement impossible).}$$

La solution mathématique de cette dernière équation est :

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \Rightarrow \beta = -\alpha, \\ \alpha + \gamma - \theta = 0 \Rightarrow \gamma = -2\alpha, \\ -2\alpha + \beta - 2\theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{3}{2}\alpha \end{cases}$$

1,5Pt

$$[F]^\alpha \cdot [t]^{-\alpha} \cdot [h]^{-2\alpha} \cdot [P]^{\frac{3}{2}\alpha} = 1, \text{ soit en posant } \alpha = 2 :$$

$$[F]^2 \cdot [t]^{-2} \cdot [h]^{-4} \cdot [P]^3 = 1, \text{ d'où la formule correcte :}$$

$$[F] = [t][h]^2 \cdot \sqrt{[P]^3}$$

0,5Pt

Cette dernière révèle que deux équations proposées nécessitent les corrections suivantes :

$$1. [F] = \frac{[t][P]}{[h]} \cdot \sqrt{[P]} \cdot L^3. \text{ Par exemple : } F = \frac{t \cdot P^{\frac{3}{2}}}{h} \cdot V,$$

V : Volume.

$$2. [F] = [d][P]^{\frac{3}{2}} \cdot [t] \cdot L. \text{ Par exemple : } F = S \cdot P^{\frac{3}{2}} \cdot t,$$

S : Surface.

0,5Pt

Réponse 02 :

5 Pts

$$\vec{F}_1 = \vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}, \quad \vec{F}_2 = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$$

1.a. $\vec{F}_1 \wedge \vec{F}_2$:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 2 & -4 & 6 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} (3 \cdot 6 - 5 \cdot 4) \\ -(1 \cdot 6 + 5 \cdot 2) \\ (-4 - 6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 - 20 \\ -(6 + 10) \\ -4 - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -16 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_1 \wedge \vec{F}_2 = -2\vec{i} - 16\vec{j} - 10\vec{k}$$

1,5Pt

1.b. $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$:

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = (\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}) \cdot (2\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k})$$

$$1 \cdot 2 + 3 \cdot (-4) - 5 \cdot 6 = 2 - 12 - 30 = -40 \text{ unités.}$$

$$2. \vec{T} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = \lambda (\vec{F}_1 \wedge \vec{F}_2)$$

1Pt

$$\|\vec{T}\| = \left\| \lambda (-2\vec{i} - 16\vec{j} - 10\vec{k}) \right\| = 1$$

$$\text{Soit, } \|\vec{T}\| = \lambda \sqrt{2^2 + 16^2 + 10^2} = 19,29\lambda = 1$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{19,29} = 0,0533. \text{ Surface du triangle formé}$$

par \vec{F}_1 et \vec{F}_2 :

$$S_{\vec{F}_1 \vec{F}_2} = \frac{1}{2} (\vec{F}_1 \wedge \vec{F}_2) = \frac{19,29}{2} = 8,64 \text{ unités.}$$

1,5Pt

4. Vecteur unitaire porté sur \vec{T} :

$$\vec{u} = \frac{\vec{T}}{\|\vec{T}\|} = \vec{T}, \text{ car } \|\vec{T}\| = 1.$$

1Pt

\vec{T} est lui-même un vecteur unitaire.

Réponse 03 : 4 Pts

A cause de la symétrie, $x_{G1} = x_{G2} = x_G = 0$

$$y_G = \frac{y_{G1} \cdot S_1 - y_{G2} \cdot S_2}{S_1 - S_2}$$

$$y_{G1} = 2 \text{ cm} ; y_{G2} = 0,83 \text{ cm}$$

$$S_1 = 4,3,5 = 14 \text{ cm}^2 ; S_2 = 2,5 \cdot 2,5 = 6,25 \text{ cm}^2$$

D'où :

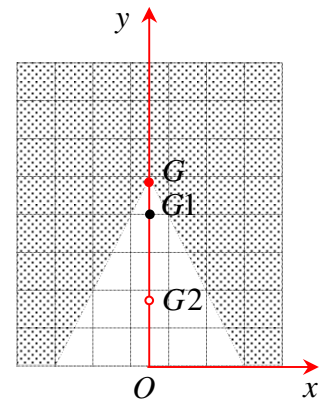
$$y_G = \frac{2 \cdot 14 - 0,83 \cdot 6,25}{14 - 6,25} = 2,94 \text{ cm}$$

1Pt

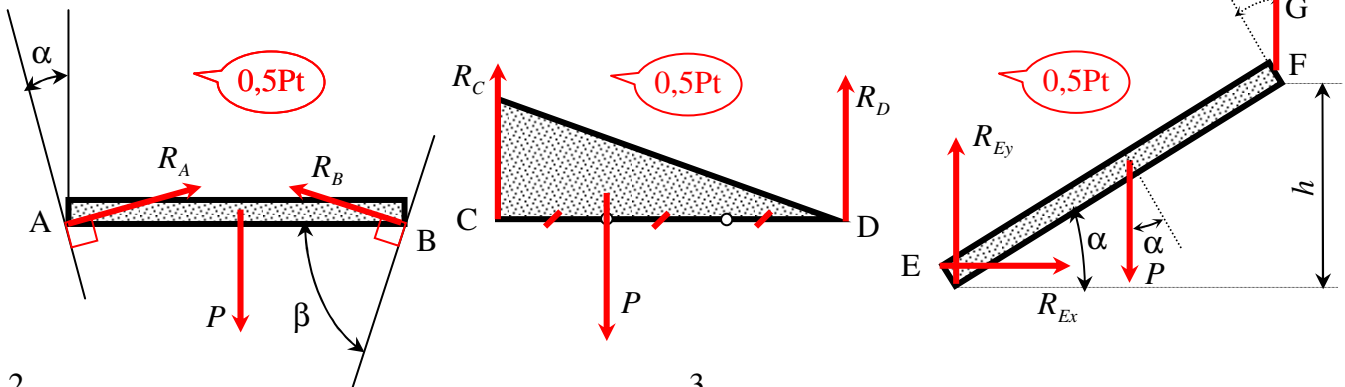
1Pt

1Pt

1Pt

**Réponse 04 : 5 Pts**

1.



2.

$$\sum F_x = 0 : R_A \cdot \cos \alpha - R_B \cdot \sin \beta = 0 \quad \text{0,5Pt}$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} \cdot R_A \quad \text{0,5Pt}$$

$$\sum F_y = 0 : R_A \cdot \sin \alpha + R_B \cdot \cos \beta - P = 0 \quad \text{0,5Pt}$$

$$R_A \left(\frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta}{\sin \beta} \right) - P = 0 \quad \text{0,5Pt}$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta} \cdot P \quad \text{0,5Pt}$$

$$R_B = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta} \cdot P \quad \text{0,5Pt}$$

3.

$$\sum M/E = 0 : -\|\vec{EO} \wedge \vec{P}\| + \|\vec{EF} \wedge \vec{T}_G\| = 0$$

Soit :

$$\sum M/E = 0 : -\frac{l}{2} \cdot P \cdot \cos \alpha + l T_G \cdot \cos \alpha = 0 \quad \text{0,5Pt}$$

D'où :

$$T_G = \frac{P}{2} \quad \text{0,5Pt}$$



Document en ébauche.

Prière m'informer de toute erreur ou omission.

Site : www.hajomar.com

Physique du bâtiment : www.hajomar.com/jpa

Contact : <http://www.hajomar.com/jpa>