

**Exercice 1 : (08 points)**

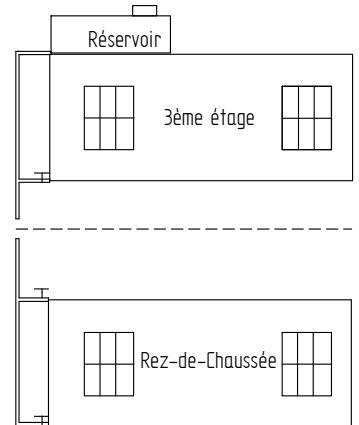
Les deux questions sont indépendantes.

I. Un réservoir rempli d'eau, de diamètre  $D = 1,2\text{ m}$  est placé horizontalement sur la terrasse d'un bâtiment de trois étages (fig.1), dont la hauteur de chacun est  $3\text{ m}$ .

- Quelle est la pression de l'eau dans une canalisation se trouvant sur le sol du rez-de-chaussée!?
- Si on suppose qu'une vanne est placée sur le sol du 2<sup>ème</sup> étage, quel est le diamètre de son orifice pour que la force de pression soit deux fois celle qui s'exerce sur une vanne placée sur le sol du 3<sup>ème</sup> étage !?
- Quelles est la différence de pression entre la surface libre et le fond d'un réservoir à moitié rempli.

On donne :  $P_{atm} = 1\text{ bar} = 10^5\text{ Pa}$ ,  $\rho_{eau} = 10^3\text{ kg/m}^3$ .

II. La canalisation installée au 1<sup>er</sup> étage est de diamètre  $0,16\text{ mm}$ , par contre celle installée au dernier étage est de  $0,14\text{ mm}$ . Si on ouvre les deux vannes sur le sol des deux étages cités, quelle est la différence entre les deux vitesses des jets à la sortie des deux vannes !?



**Exercice 2 : (06 Points)**

I. Pour élever la température de  $25$  à  $100\text{ °C}$ , de deux corps, de masses  $m_1$  et  $m_2$  du même matériau, on a besoin de  $2100\text{ J}$  et de  $3200\text{ J}$  respectivement.

- Déterminer le rapport des masses  $\frac{m_1}{m_2}$  ;
- Si  $m_2 - m_1 = 100\text{ kg}$ , déterminer la chaleur massique  $C$ .

II. Deux anneaux circulaires confectionnés à la base de deux tiges, l'un en cuivre ( $\alpha_{Cu} = 17 \times 10^{-6}\text{ 1/°K}$ ) et l'autre en aluminium ( $\alpha_{Al} = 24 \times 10^{-6}\text{ 1/°K}$ ), de diamètres  $d_1$  et  $d_2$  (respectivement).

Déterminer les longueurs initiales des deux tiges pour que la différence de diamètres entre les deux anneaux soit égale à  $1\text{ mm}$  à n'importe quelle température.

**Exercice 3 : (06 points)**

Un mur d'un local de surface  $S = 15\text{ m}^2$  est composé de deux couches :

- Briques :  $e_1 = 15\text{ cm}$ ,  $\lambda_1 = 0,80 \frac{W}{m \cdot °K}$  ;
- Isolant (plastique - aggloméré) :  $e_2 = 3\text{ cm}$ ,  $\lambda_2 = 0,07 \frac{W}{m \cdot °K}$  .

Les coefficients d'échange par convection :

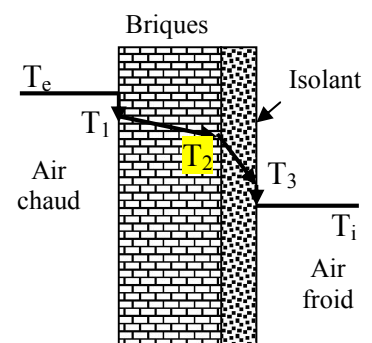
$$h_e = 16 \left( \frac{W}{m^2 \cdot °K} \right) \text{ et } h_i = 5 \left( \frac{W}{m^2 \cdot °K} \right).$$

On veut maintenir la température à l'intérieur du local à  $T = 24\text{ °C}$ .

- Déterminer le coefficient de transmission de la chaleur équivalent  $K_{\text{éq}}$  ;
- Déterminer le flux de chaleur  $\Phi$  traversant le mur, si la température à l'extérieur est  $T = 35\text{ °C}$  :

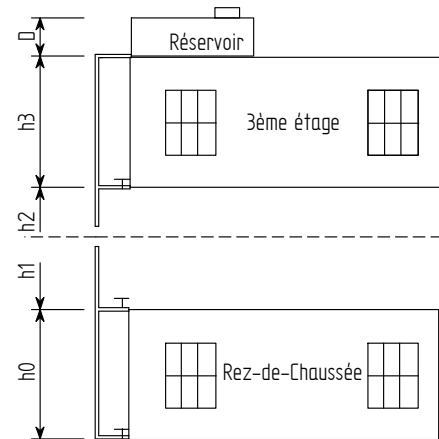
On veut renforcer l'isolation par laisser une cloison entre les deux couches, pour que la température interne soit maintenue à  $21\text{ °C}$ .

- Quelle est le rapport de ses coefficients  $\frac{e_3}{\lambda_3}$  !?



## Corrigé de l'examen de rattrapage de Physique du bâtiment 2

### Corrigé de l'exercice 1 : (08 points)



#### I. Hydrostatique :

1. Pression au sol du rez-de-chaussée :

$$P_0 - P_{atm} = \rho \cdot g \cdot (h_0 + h_1 + h_2 + h_3 + D)$$

$$P_0 = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (h_0 + h_1 + h_2 + h_3 + D)$$

$$P_0 = 10^5 + 10^3 \cdot 9,81 \cdot (3 + 3 + 3 + 3 + 1,2)$$

$$P_0 = 229492 \text{ Pa} = 2,29 \text{ bars}$$

2. Diamètre de l'orifice de la vanne :

$$F_2 = P_2 \cdot S_2 = [P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (D + h_2 + h_3)] \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (d_2)^2$$

$$F_3 = P_3 \cdot S_3 = [P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (D + h_3)] \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (d_3)^2$$

$$F_2 = 2F_3 \Leftrightarrow [P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (D + h_2 + h_3)] \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (d_2)^2 = 2 \cdot [P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (D + h_3)] \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (d_3)^2$$

$$[P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (D + h_2 + h_3)] \cdot (d_2)^2 = 2[P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (D + h_3)] \cdot (d_3)^2$$

D'où :

$$\left(\frac{d_2}{d_3}\right)^2 = \frac{P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (D + h_3)}{P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (D + h_2 + h_3)}$$

$$\frac{d_2}{d_3} = \sqrt{\frac{P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (D + h_3)}{P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (D + h_2 + h_3)}}$$

$$\frac{d_2}{d_3} = \sqrt{\frac{10^5 + 10^3 \cdot 9,81 \cdot (1,2 + 3)}{10^5 + 10^3 \cdot 9,81 \cdot (1,2 + 3 + 3)}}$$

$$\frac{d_2}{d_3} = 0,90968$$

On ne peut avoir le même diamètre dans les canalisations des deux étages pour satisfaire la condition  $F_2 = 2F_3$ .

3. Différence de pression entre la surface libre et le fond d'un réservoir à moitié rempli.

$$P_f - P_{atm} = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{D}{2}\right)$$

$$P_f - P_{atm} = 1000 \cdot 9,81 \cdot \left(\frac{1,2}{2}\right)$$

$$P_f - P_{atm} = 5886 \text{ Pa} = 0,05886 \text{ bars}$$

#### II. Hydrodynamique :

1. Différence des vitesses des jets à la sortie des deux vannes :

On peut déterminer  $V_1$  et  $V_3$  en appliquant l'équation de Bernoulli entre la surface libre de l'eau au réservoir et le sol du 1<sup>ème</sup> étage puis celui du 3<sup>ème</sup> étage (respect.), avec l'hypothèse  $V_R \approx 0$  (vitesse de la surface libre de l'eau au réservoir).

$$\frac{V_1^2 - V_R^2}{2} + \frac{P_1 - P_{atm}}{\rho} + g \cdot (h_3 + D) = 0$$

$$P_1 = P_{atm}$$

$$V_1^2 = 2g \cdot (h_1 + h_2 + h_3 + D)$$

D'où :

$$V_1 = \sqrt{2g \cdot (h_1 + h_2 + h_3 + D)}$$

$$V_1 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (3 + 3 + 3 + 1,2)}$$

$$V_1 = 14,1465 \text{ m / s}$$

De même :

$$\frac{V_3^2 - V_R^2}{2} + \frac{P_3 - P_{atm}}{\rho} + g \cdot (h_1 + h_2 + h_3 + D) = 0$$

$$P_3 = P_{atm}$$

$$V_3^2 = 2g \cdot (h_3 + D)$$

D'où :

$$V_3 = \sqrt{2g \cdot (h_3 + D)}$$

$$V_3 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (3 + 1,2)}$$

$$V_3 = 9,0777 \text{ m / s}$$

D'où :

$$V_1 - V_3 = \sqrt{2g \cdot (h_1 + h_2 + h_3 + D)} - \sqrt{2g \cdot (h_3 + D)}$$

$$V_1 - V_3 = 14,1465 - 9,0777 = 5,0688 \text{ m / s}$$

## Corrigé de l'exercice 2 : (06 points)

I. a. Rapport des masses  $\frac{m_1}{m_2}$  :

$$\left. \begin{array}{l} \Delta Q_1 = C \cdot m_1 \cdot \Delta T \\ \Delta Q_2 = C \cdot m_2 \cdot \Delta T \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} = \frac{2100}{3200}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = 0,65625$$

$$m_2 - m_1 = 100 \Leftrightarrow m_2 - 0,65625m_2 = 100:$$

$$0,34375m_2 = 100 \Rightarrow m_2 = 290,91 \text{ kg}$$

$$m_1 = 0,65625m_2 = 0,65625 \cdot 290,91$$

$$m_1 = 190,91 \text{ kg}$$

I. b. Chaleur massique  $C$  :

$$\Delta Q_1 = C \cdot m_1 \cdot \Delta T \Rightarrow C = \frac{\Delta Q_1}{m_1 \cdot \Delta T} = \frac{\Delta Q_2}{m_2 \cdot \Delta T}$$

$$C = \frac{2100}{190,91 \cdot (100 - 25)}$$

$$C = 0,11 \text{ J / (Kg} \cdot \text{°K)}$$

II. Longueur du fil de cuivre après dilatation :

Les dilatations linéaires sont données par :

Celle du fil de cuivre :

$$l_{Cu} = l_{0Cu} \cdot (1 + \alpha_{Cu} \cdot \Delta T)$$

Et celle du fil de l'acier :

$$l_{Al} = l_{0Al} \cdot (1 + \alpha_{Al} \cdot \Delta T)$$

Différence entre les longueurs :

$$l_{Cu} - l_{Al} = l_{0Cu} - l_{0Al} = \pi \cdot (d_1 - d_2) = 0,001 \pi = d$$

$$l_{0Cu} - l_{0Al} = d$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} l_{Cu} - l_{Al} &= l_{0Cu} \cdot (1 + \alpha_{Cu} \cdot \Delta T) - l_{0Al} \cdot (1 + \alpha_{Al} \cdot \Delta T) \\ &= l_{0Cu} - l_{0Al} + l_{0Cu} \cdot \alpha_{Cu} \cdot \Delta T - l_{0Al} \cdot \alpha_{Al} \cdot \Delta T \end{aligned}$$

D'où :

$$l_{0Cu} \cdot \alpha_{Cu} \cdot \Delta T - l_{0Al} \cdot \alpha_{Al} \cdot \Delta T = 0$$

Soit,

$$\frac{l_{0Cu}}{l_{0Al}} = \frac{\alpha_{Al}}{\alpha_{Cu}}$$

Nous avons ainsi deux équations à deux inconnues. De la dernière équation on peut écrire :

$$l_{0Cu} = l_{0Al} \frac{\alpha_{Al}}{\alpha_{Cu}}$$

En substituant dans la première équation :

$$l_{0Al} \frac{\alpha_{Al}}{\alpha_{Cu}} - l_{0Al} = d$$

On aura ainsi :

$$l_{0Al} = \frac{\alpha_{Cu}}{\alpha_{Al} - \alpha_{Cu}} \cdot d$$

$$l_{0Al} = \frac{17 \times 10^{-6}}{24 \times 10^{-6} - 17 \times 10^{-6}} \cdot 10^{-3} \pi$$

$$l_{0Al} = 0,00763 \text{ m} = 7,63 \text{ mm}$$

Alors :

$$l_{0Cu} = \frac{\alpha_{Al}}{\alpha_{Al} - \alpha_{Cu}} \cdot d$$

$$l_{0Cu} = \frac{24 \times 10^{-6}}{24 \times 10^{-6} - 17 \times 10^{-6}} \cdot 10^{-3} \pi$$

$$l_{0Cu} = 0,01077 \text{ m} = 10,77 \text{ mm}$$

### Corrigé de l'exercice 03 : (06 points)

1. Coefficient de transmission de la chaleur équivalent  $K_{\text{éq}}$  :

La température subit une diminution pendant le transfert, de l'extérieur ( $T_e$ ) vers l'intérieur ( $T_i$ ), tel que :

$$\Delta T = T_e - T_i = (T_e - T_1) + (T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) + (T_3 - T_i)$$

La densité du flux traversant le mur est constant et égale à :

$$\varphi = h_e \cdot (T_e - T_1) :$$

*transfert par convection externe (Air chaud – surface du mur extérieur);*

$$\varphi = \frac{\lambda_1}{e_1} \cdot (T_1 - T_2) :$$

*transfert par conduction (mur en briques);*

$$\varphi = \frac{\lambda_2}{e_2} \cdot (T_2 - T_3) :$$

*transfert par conduction (couche d'isolation);*

$$\varphi = h_i \cdot (T_3 - T_i) :$$

*transfert par convection interne (Air froid – surface interne de l'isolant);*

Des dernières équations on peut écrire :

$$\varphi = h_e \cdot (T_e - T_1) \Rightarrow (T_e - T_1) = \frac{1}{h_e} \cdot \varphi$$

$$\varphi = \frac{\lambda_1}{e_1} \cdot (T_1 - T_2) \Rightarrow (T_1 - T_2) = \frac{e_1}{\lambda_1} \cdot \varphi$$

$$\varphi = \frac{\lambda_2}{e_2} \cdot (T_2 - T_3) \Rightarrow (T_2 - T_3) = \frac{e_2}{\lambda_2} \cdot \varphi$$

$$\varphi = h_i \cdot (T_3 - T_i) \Rightarrow (T_3 - T_i) = \frac{1}{h_i} \cdot \varphi$$

D'où :

$$\Delta T = T_e - T_i = \frac{1}{h_e} \cdot \varphi + \frac{e_1}{\lambda_1} \cdot \varphi + \frac{e_2}{\lambda_2} \cdot \varphi + \frac{1}{h_i} \cdot \varphi = \varphi \cdot \left( \frac{1}{h_e} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_i} \right)$$

Ainsi, pour le exprimer le transfert thermique (convections + conductions) à travers tout le mur, on peut écrire :

$$\varphi = K_{\acute{e}q} \cdot \Delta T = K_{\acute{e}q} \cdot (T_e - T_i) = \frac{1}{\left( \frac{1}{h_e} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_i} \right)} (T_e - T_i)$$

$K_{\acute{e}q}$  : Coefficient de transmission de la chaleur équivalent.

$$K_{\acute{e}q} = \frac{1}{\left( \frac{1}{h_e} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_i} \right)} = \frac{1}{\left( \frac{1}{16} + \frac{15}{0,8} + \frac{3}{0,07} + \frac{1}{5} \right)}$$

$$K_{\acute{e}q} = 0,016 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$$

2. Flux de chaleur  $\Phi$  traversant le mur :

$$\Phi = \varphi \cdot S = K_{\acute{e}q} \cdot S \cdot \Delta T = 0,016 \cdot 15 \cdot (35 - 24)$$

$$\Phi = 2,67 \text{ W}$$

3. Rapport des coefficients de la cloison entre les deux couches  $\left( \frac{e_3}{\lambda_3} \right)$  :

Pour avoir une température interne égale à 21°C, on doit recalculer  $K_{\acute{e}q}$ , pour le même flux de chaleur :  
De la relation du flux :

$$\Phi = \varphi \cdot S = K_{\acute{e}q} \cdot S \cdot \Delta T' \Rightarrow K_{\acute{e}q} = \frac{\Phi}{S \cdot \Delta T'} = \frac{2,67}{15 \cdot (35 - 21)}$$

$$K_{\acute{e}q} = 0,0127 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K}$$

Coefficient de transmission de la chaleur équivalent en tenant compte de la cloison :

$$K_{\acute{e}q} = \frac{1}{\left( \frac{1}{h_e} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \frac{1}{h_i} \right)}$$

D'où :

$$\frac{1}{h_e} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \frac{1}{h_i} = \frac{1}{K_{\acute{e}q}} \Rightarrow \frac{e_3}{\lambda_3} = \frac{1}{K_{\acute{e}q}} - \left( \frac{1}{h_e} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_i} \right)$$

$$\frac{e_3}{\lambda_3} = \frac{1}{K_{\acute{e}q}} - \left( \frac{1}{h_e} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_i} \right) = \frac{1}{0,0127} - \left( \frac{1}{16} + \frac{15}{0,8} + \frac{3}{0,07} + \frac{1}{5} \right)$$

$$\frac{e_3}{\lambda_3} = 16,78 \frac{m^2 \cdot ^\circ K}{W}$$

Terminé, sauf erreur ou omission.



Document en ébauche.

Prière m'informez de toute erreur ou omission.

Site : [www.hajomar.com](http://www.hajomar.com)

Physique du bâtiment : [www.hajomar.com/jpa](http://www.hajomar.com/jpa)