[03 à Ex01 : N°3 série la de Corrigé □□□□) 03 □□□ 01 □□ □□□□□□□□□ : 3 □□□ □□□□□□□ □□ (Format PDF](#)

Corrigé 3.1 :

1 **.a. Bilan des forces : Cas d’un appui simple□ :**

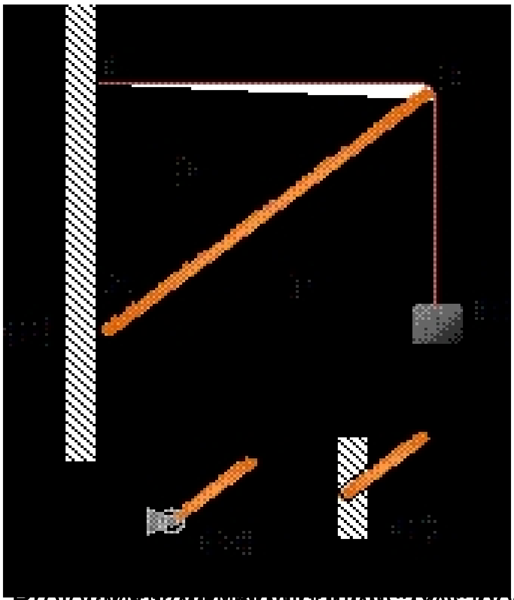
Isolons la barre pour étudier son équilibre :

On pose $\vec{Q}$
= $\vec{P}_c + \vec{Q}$
(Poids du câble + Poids de la charge suspendue m).

2.a. Conditions d’équilibre :

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{T}_B + \vec{R}_A = \vec{0}$$
(3.1)

$$\sum_i \overrightarrow{M_{F_i/A}} = \overrightarrow{AO} \wedge \vec{P} + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{Q} + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{T}_B = \vec{0}$$
(3.2)

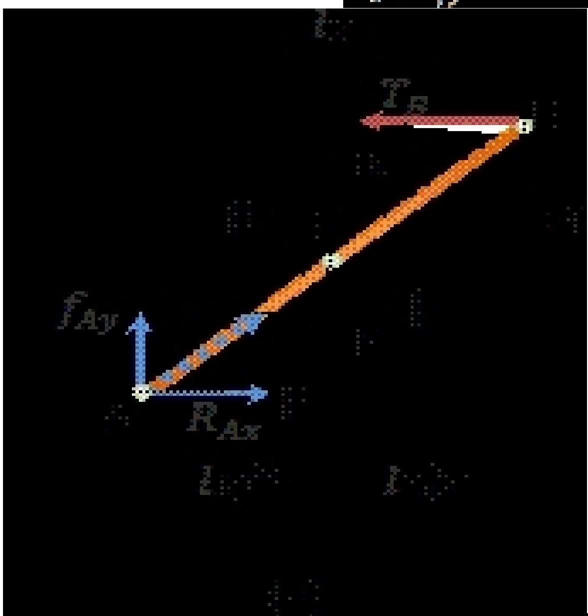


... coordonnées Ax et Ay :

$\sum_i \vec{F}_{i/x} = T_B - R_A = 0 \Rightarrow R_A = T_B$

$\sum_i \vec{F}_{i/y} = -P - Q' = 0 \Rightarrow$ Un équilibre impossible, car $P + Q' \neq 0$

Pour que la barre soit en équilibre, il faut appliquer une force opposée à $P + Q'$ qui n'est autre que la force de frottement, qu'on désigne par f_{Ay}. Dans ce cas, la force R_A sera la résultante de deux forces : R_{Ax} et f_{Ay}, comme illustré par la figure (3.1.a1).



... conditions d'équilibre comme suit :

$\sum_i \vec{F}_{i/x} = T_B - R_{Ax} = 0 \Rightarrow R_{Ax} = T_B$

$\sum_i \vec{F}_{i/y} = -P - Q' + f_{Ay} = 0$

$\Rightarrow$

$\ell_{Ay} = P + Q'$

Pour déterminer $R_{Ax}\ et\ T_B$ on développe l'équation (2), comme suit :

$$\sum_i M_{f/A} = -OA.P.\sin(\vec{AB},\vec{P}) - AB.Q'.\sin(\vec{AB},\vec{Q'}) + AB.T_B.\sin(\vec{AB},\vec{T_B}) = 0$$

$$-\frac{l_1}{2}.P.\sin\beta - l_1.Q'.\sin\beta + l_1.T_B.\sin\alpha = 0$$

$\sin\beta = \frac{l_2}{l_1}$, $\sin\alpha = \frac{y}{l_1}$;

$$y^2 + l_2^2 = l_1^2 \Rightarrow y = l_1\sin\alpha = \sqrt{l_1^2 - l_2^2}$$

$$-\frac{l_1}{2}.P.\frac{l_2}{l_1} - l_1.Q'.\frac{l_2}{l_1} + T_B.\sqrt{l_1^2 - l_2^2} = 0$$

$$\Rightarrow T_B = R_{Ax} = \left(\frac{P}{2} + Q'\right).\frac{l_2}{\sqrt{l_1^2 - l_2^2}}$$

1.a. Cas d'une articulation :

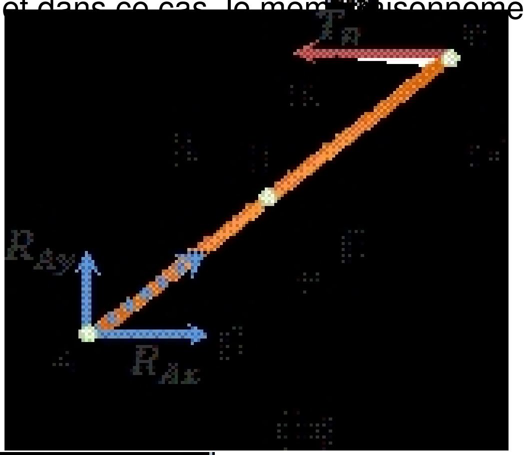
L'articulation, comme montré par la figure 1.b est une liaison qui a de deux composantes R_{Ax} et R_{Ay} :

$\vec{R_{Ax}} + \vec{R_{Ay}} = \vec{R_A}$

2.b. Les équations d'équilibre sont valides, en remplaçant ℓ_{Ay} par R_{Ay}

3.b. Déterminations des inconnus :

Il est clair que R_{Ay} peut remplacer ℓ_{Ay} et dans ce cas, le même raisonnement est valable que celui du premier cas. Et nous avons comme résultats :



$R_{Ay} = P + Q'$

$$T_B = R_{Ax} = \left(\frac{P}{2} + Q'\right).\frac{l_2}{\sqrt{l_1^2 - l_2^2}}$$

1.c. Cas d'un encastrement :

2.c. Bilan des forces :

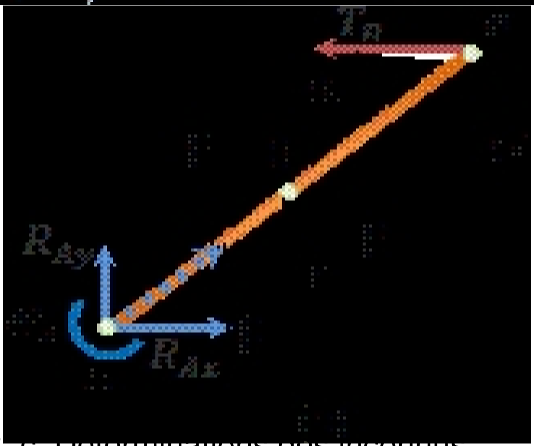
S'ajoute aux réactions R_{Ax} et

R_{Ay} dans l'encastrement un moment M_A

3. c. Les équations d'équilibre seront comme suit :

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{P} + \vec{Q'} + \vec{T_B} + \vec{R_A} = \vec{0}$$

$$\sum_i \overrightarrow{M_{i/A}} = \overrightarrow{AO}\wedge\vec{P} + \overrightarrow{AB}\wedge\vec{Q'} + \overrightarrow{AB}\wedge\vec{T_B} = \overrightarrow{M_A}$$



$$\sum_i F_{i/x} = T_B - R_{Ax} = 0 \Rightarrow R_{Ax} = T_B$$

$$\sum_i F_{i/y} = -P - Q' + R_{Ay} = 0$$

$\Rightarrow$

$R_{Ay} = P + Q'$

$$-\frac{l_2}{2}.P.\frac{l_1}{l_1} - l_1.Q'.\frac{l_2}{l_1} + T_B.\sqrt{l_1^2 - l_2^2} = M_A$$

Nous avons ainsi trois équations à quatre inconnus : R_{Ax}, R_{Ay}, T_B et M_A, ce qui nécessite une autre équation. On peut utiliser l'équation suivante :

$$\sum_i \overrightarrow{M_{i/B}} = \overrightarrow{AO}\wedge\vec{P} + \overrightarrow{AB}\wedge\vec{R_{A}} + \overrightarrow{AB}\wedge\vec{T_B} + \overrightarrow{M_A} = \vec{0}$$

Soit :

$$\sum_i M_{i/B} = BO.P.\sin(\overrightarrow{BO},\vec{P}) + BA.R_{Ax}.\sin(\overrightarrow{BA},\vec{R}_{Ax}) - BA.R_{Ay}.\sin(\overrightarrow{BA},\vec{R}_{Ay}) = 0$$

$$P.\frac{l_2}{2} + R_{Ax}.\sqrt{l_1^2 - l_2^2} - R_{Ay}.l_2 = 0$$

$$\Rightarrow R_{Ax} = T_B = \frac{P}{2} + R_{Ay}\frac{\sqrt{l_1^2-l_2^2}}{l_2} = \frac{P}{2} + (P+Q').\frac{\sqrt{l_1^2-l_2^2}}{l_2}$$

$R_{Ax} = T_B == \frac{P}{2} + (P+Q').\frac{\sqrt{l_1^2-l_2^2}}{l_2}$

Et de l'équation (3.3) :

$$-\frac{l_2}{2}.P.\frac{l_1}{l_1} - l_1.Q'.\frac{l_2}{l_1} + \frac{P}{2}\sqrt{l_1^2 - l_2^2} + (P+Q').\frac{l_1^2-l_2^2}{l_2} = M_A$$

$$-P.\frac{l_2}{2} - Q'.l_2 + \frac{P}{2}\sqrt{l_1^{\,2} - l_2^{\,2}} + (P+Q').\frac{l_1^{\,2}-l_2^{\,2}}{l_2} = M_A$$

$$M_A = Q'.\left\{l_2 + \frac{l_1^{\,2}-l_2^{\,2}}{l_2}\right\} - P.\left\{\frac{l_2}{2} + \frac{\sqrt{l_1^{\,2}-l_2^{\,2}}}{2} + \frac{l_1^{\,2}-l_2^{\,2}}{l_2}\right\}$$

OMAR El Haidé (13/01/2011)

Corrigé [illegible] sauf erreur ou oubli.