

**Interpolation :**

Soit  $f(x) = \sin(\pi \cdot x)$ . En utilisant le polynôme de Newton (calculer avec 4 chiffres significatifs) :

1. Calculer une approximation de  $\sin(\frac{\pi}{4})$  par interpolation quadratique (polynôme de degré 2) aux points  $\{0, 1/6, 1/2\}$ .
2. Calculer une approximation de  $\sin(\frac{\pi}{4})$  par interpolation cubique (polynôme de degré 3) aux points  $\{0, 1/6, 1/2, 1\}$ .
3. Comparer les deux (02) valeurs trouvées en 1° et 2° avec la valeur exacte de  $\sin(\frac{\pi}{4})$  et donner une conclusion.
4. Donner l'algorithme qui permet de calculer une approximation de  $\sin(\frac{\pi}{4})$  par le polynôme de Newton avec les points définis en 3°.

**Rappel :**

Polynôme de Newton de degré 2 :

$$P_2(x) = \delta_0 + \delta_1(x - x_0) + \delta_2(x - x_0)(x - x_1)$$

Polynôme de Newton de degré 3 :

$$P_3(x) = \delta_0 + \delta_1(x - x_0) + \delta_2(x - x_0)(x - x_1) + \delta_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)$$

$\delta_i$  –valeurs de différences divisées (table I et II).

**Résolution d'un système d'équation linéaire et inversion d'une matrice :**

1. Résoudre par la méthode Gauss-Jordan les trois systèmes d'équations suivants :

$$s_1 \begin{cases} x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 = 1 \end{cases} \quad s_2 \begin{cases} x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \quad s_3 \begin{cases} x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

*N.B. Donner l'état de chaque étape et les résultats finaux.*

2. En déduire la matrice inverse  $A^{-1}$ , si elle existe, de la matrice suivante :  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Résolution d'un système d'équations linéaires complexe :**

Soit le système d'équations complexe suivant :

$$\begin{cases} (1 - 2i)z_1 + (1 + i)z_2 = 3 - i \\ (3 - 4i)z_1 + 3z_2 = 1 - 2i \end{cases} \text{ avec } i^2 = -1$$

Donner le système d'équations réel qu'il faut résoudre pour trouver la solution  $\{z_1, z_2\}$ .

Donner l'algorithme de Gauss-Seidel pour résoudre un système d'équations linéaire.

**Rappel :**

Pour résoudre un système  $[A]\{x\}=\{B\}$ , tels que  $[A]$ ,  $\{B\}$  et  $\{X\}$  sont complexes, on peut décomposer les termes en parties réel le (*rl*) et imaginaire (*im*) :

$$[A] = [A_{rl}] + i [A_{im}], \{B\} = \{B_{rl}\} + i \{B_{im}\} \text{ et } \{X\} = \{X_{rl}\} + i \{X_{im}\}, \text{ avec } i^2 = -1.$$

En remplace dans le système puis on sépare les parties réelles et imaginaires.