

U.H.B.C. – F.S.S.I. – Département d'informatique

18 février 2010

Cycle : LMD (Licence)

Filière : Informatique

Niveau : 02

Semestre : 01

Examen : Analyse numérique

Durée : 01h30

Exercice 1 : interpolation (03 + 03 + 02 = 08 points)

Soit la fonction définie par la table suivante :

x	-1	0	3	3,5
y	2	-1	0	1

1. Donner le polynôme d'interpolation de cette fonction par la méthode de Newton et calculer $f(2)$.
2. Calculer la valeur de $f(2)$ par interpolation polynômiale en utilisant les splines cubiques.
3. Donner l'algorithme qui permet de calculer :

$$L_i(x) = \frac{\prod_{j=0, j \neq i}^n (x - x_j)}{\prod_{j=0, j \neq i}^n (x_i - x_j)}, \text{ avec } n, x, i \text{ et } x_j (j = 0, n) \text{ données.}$$

Exercice 2 : Systèmes d'équations linéaires (04 + 01,5 + 03,5 = 09 points)

1. Résoudre par la méthode de Jordan les trois systèmes suivants :

$$s_1 \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases} \quad s_2 \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + x_3 = 0 \end{cases} \quad s_3 \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$$

2. En déduire la matrice inverse A^{-1} , si elle existe, de la matrice suivante : $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3. Dans la méthode de Gauss (Jordan) pour la résolution d'un système d'équations linéaires, si à une étape k l'élément appelé pivot a_{kk} est nul ($a_{kk} = 0$), il faut chercher un pivot de remplacement ($a_{lk} \neq 0$ tel que $l = k + 1$ à n).

Donner la partie d'algorithme qui permet de rechercher le **plus grand** pivot de remplacement s'il existe et de réaliser la permutation des lignes.

Exercice 3 : Intégration numérique (03 points).

- Calculer l'intégrale suivante, en utilisant 08 points par la méthode de Simpson (niveau 2) :

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin\left(\frac{x}{\pi}\right) \cos\left(\frac{x}{\pi}\right) dx$$

On donne le tracé de la fonction dans l'intervalle $[-\pi, \pi]$.

