U.H.B.C. – F.S.S.I. – **Département d'informatique** 17 mars 2010

Cycle : LMD (**Licence**) Filière : **Informatique** Niveau : **02** (**L2**) Semestre : **01**

Examen : Rattrapage d'analyse numérique Durée : **01h30**

Exercice 1 : **interpolation (01,5 + 01,5 + 02 + 02 = 07 points)**

1. Soit la fonction f définie par la table ci-contre. Donner le polynôme d'interpolation de la fonction f par la méthode de Newton et calculer $f(3)$.

x_i	1	2	3,5	4
y_i	0	0,301	0,544	0,602

2. On donne la fonction $g(x) = \frac{\log(x)}{x}$.

x_i	1	2	3,5	4
$g(x_i)$	0	0,1505	0,1554	0,1505
$\frac{y_i}{g(x_i)}$				

a. En calculant les valeurs $\frac{y_i}{g(x_i)}$, montrer que la fonction f est la fonction $\log(x)$.

b. En déduire le polynôme d'interpolation de la fonction g.

3. Calculer la valeur $f(3)$ par interpolation polynômiale en utilisant les splines cubiques.

4. Donner l'algorithme qui permet d'interpoler une fonction f définie par les couples (x_i, y_i), $i = 0$ à n, en un point x donné par la méthode de Newton.

Exercice 2 : **Systèmes d'équations linéaires (03 + 02 + 03) = 08 points)**

1. Résoudre le système d'équations linéaire suivant par la méthode de Gauss (Donner les solutions x_1, x_2 et x_3 en fonction de a, b et c) :

$$s_1 \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = a \\ -x_1 \quad + x_3 = b \\ x_1 + x_2 \quad = c \end{cases} \quad \text{, avec } a, b, c \in \mathbb{R}$$

2. En déduire la matrice inverse A^{-1}, si elle existe, de la matrice suivante : $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

3. Dans la méthode de Gauss (Jordan) pour la résolution d'un système d'équations linéaires, si à une étape k l'élément appelé pivot a_{kk} est nul ($a_{kk} = 0$), il faut chercher un pivot de remplacement ($a_{lk} \neq 0 \ tel\ que\ l = k + 1$ à n).
   Donner la partie d'algorithme qui permet de rechercher le **plus grand** pivot de remplacement s'il existe et de réaliser la permutation des lignes.

Exercice 3 **: Intégration numérique (03 + 02 = 05 points).**

Soit la fonction $y = f(x)$ symétrique par rapport à l'axe y. En utilisant la méthode de Simpson (niveau 2) à 04 points, déterminer l'intégrale : $I = \int_{-a}^{a} f(x)\,dx$

1. Démontrer que $I = \frac{a}{3}\left[f(0) + 4f\left(\frac{a}{2}\right) + f(a)\right]$.

Application :

2. Calculer l'intégrale suivante, en utilisant 04 points, par la méthode de Simpson (niveau 2) :

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} cos\left(\frac{x}{\pi}\right) dx$$

Bonne chance Chargés du module : E.-H. OMAR & A. Mostefaoui