1. الهدف : نريد استكمال الدالة **f(x) = x/(x+sin(x))** بواسطة كثيرات حدود نيوتن وتصحيح ظاهرة رانج على حدود المجال باستخدام تحويلات تشيبيشاف (كثيرات حدود تشيبيشاف).

2. استكمال نيوتن :

نستخدم من أجل ذلك الدالة **newton(x,y)**، حيث x وy شعاعان بالمعطيات الخاصة بالفواصل x والقيم y للدالة **y = f(x)** أو المأخوذة من نتائج اختبارات.

حسب طريقة استكمال نيوتن، نحسب أولا الفروق المجزئة من أجل إنشاء جدول عناصر مثلثي ببعد **nxn**.

مثال : من أجل n= 5 (05 نقاط).

j=0	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5
x	**y=f[x_i]**	**f[x_i,x_{i+1}]**	**f[x_i,x_{i+1},x_{i+2}]**	**f[x_i,x_{i+1},x_{i+2},x_{i+3}]**	**f[x_0,x_1,x_2,x_3,x_4]**
x0	y0	*	*	*	*
x1	y1	f[x_0,x_1]	*	*	*
x2	y2	f[x_1,x_2]	f[x_0,x_1,x_2]	*	*
x3	y3	f[x_2,x_3]	f[x_1,x_2,x_3]	f[x_0,x_1,x_2,x_3]	*
X4	y4	f[x_3,x_4]	f[x_7,x_8,x_9]	f[x_1,x_2,x_3,x_4]	f[x_0,x_1,x_2,x_3,x_4]

j=0	j=1	j=2, i=1:4	j=3, i=1:3	j=4, i=1:2	j=5, i=1
x	**y=f[x_i]**	**f[x_i,x_{i+1}]**	**f[x_i,x_{i+1},x_{i+2}]**	**f[x_i,x_{i+1},x_{i+2},x_{i+3}]**	**f[x_0,x_1,x_2,x_3,x_4]**
x0	y0	*	*	*	*
x1	y1	$\boldsymbol{y01} = \frac{y1-y0}{x1-x0}$	*	*	*
x2	y2	$y12 = \frac{y2-y1}{x2-x1}$	$\boldsymbol{y012} = \frac{y12-y01}{x2-x0}$	*	*
x3	y3	$y23 = \frac{y3-y2}{x3-x2}$	$y123 = \frac{y23-y12}{x3-x1}$	$\boldsymbol{y0123} = \frac{y123-y012}{x3-x0}$	*
X4	y4	$y34 = \frac{y4-y3}{x4-x3}$	$y234 = \frac{y34-y23}{x4-x2}$	$y1234 = \frac{y234-y123}{x4-x1}$	$\boldsymbol{y01234} = \frac{y1234-y0123}{x4-x0}$

كثير حدود استكمال نيوتن :

$$p(x) = y0 + y01.(x-x0) + y012.(x-x0).(x-x1) + y0123.(x-x0).(x-x1).(x-x2) + y01234.(x-x0).(x-x1).(x-x2).(x-x3)$$

والذي يمكن كتابته بالشكل الاستدعائي التالي :

$$p(x) = \left(\left(\left(\left(\boldsymbol{y01234}.(x-x3) + \boldsymbol{y0123}\right).(x-x2) + \boldsymbol{y012}\right).(x-x1) + \boldsymbol{y01}\right).(x-x0) + \boldsymbol{y0}\right)$$

بحيث يسهل ترجمته بشيفرة **scilab** التالية :

```
p=c(n)
for k=n-1:-1:1
   p=p.*(x-x(k))+c(k)
end
```

من أجل ملء جدول نستخدم عدادين **j=2,n** بالعمود و **i=n-(j-1)** بكل سطر من أي عمود يمكن الحصول على **n** من الأمر **n=length(x)**. عناصر الجدول يمكن تخزينها بالمصفوفة **c = y**، قبل وبعد حساب الفروق المجزئة.

```
for k=2:n
      c(k:n)=(c(k:n)-c(k-1))./(x(k:n)-x(k-1))
end
```

لإنشاء كثير حدود بواسطة **scilab**، نعرف قبل كل شيء المتغير **"x"**، الذي يمكن تعويضه فيما بعد بالمتغير **"t"** في كثير حدود نيوتن. هو متغير لا تمنح له أي قيمة قبل الحصول على معاملاته باستخدام شيفرة **scilab** التالية :

```
t=poly(0,'t')
p=c(n)
for k=n-1:-1:1
   p=p.*(t-x(k))+c(k)
end
```

هذه الشيفرة تجبر **scilab** على كتابة النتيجة بالعبارة التالية :

$$p = 0.1509005 + 1.2735907t - 1.9017097t^1 + 1.6237301t^2 - 0.8115516t^3 + 0.2492765t^4 - 0.0454676t^5 + 0.0044545t^6 - 0.0001793t^7$$

رسم منحنى الاستكمال يمكن أن يتم باستخدام دالة **scilab** لتقييم كثير حدود **horner(p,x)** والتي تعطي قيمة كثير حدود من أجل أي قيمة للمتغير **t** أو **x**.

أبسط رسم للمنحنى يمكن إجراءه بالشيفرة **scilab** التالية :

أمثلة :

```
t=1:0.1:10, y=x./(x+sin(x)), plot(x, y)
```

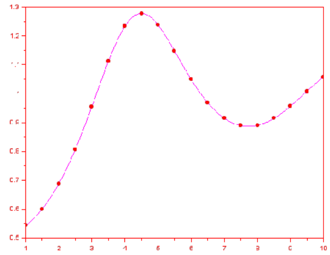
لرسم الدالة y = x./(x+sin(x))

```
plot(x,horner(p,x))
```

لرسم منحنى كثير الحدود p(x). نعوض المتغير x بـ t في حالة استخدامه.

يمكن استخدام أو إضافة خيارات أخرى لرسم المنحنى بمختلف الرموز والألوان المتاحة من طرف scilab.

مثال :



```
t=1:0.1:10, y=x./(x+sin(x)), plot(x, y, "*r")
```

لرسم نقاط من المنحنى باللون الأحمر باستخدام الرمز *. راجع "b*" باللون الأزرق و"g*" باللون الأخضر.

يمكننا كذلك استخدام الصيغة التالية لتطبيق الألوان:

مثال:

```
t=1:0.1:10, y=x./(x+sin(x)), plot(x, y, "color", "red")
```

استخدام اللون الأحمر في رسم المنحنى.

3. تحويلات تشيبيشاف (ظاهرة رانج):

دالة الاستكمال لنيوتن تتميز بحصول تمرد للمنحنى المقارب على طرفي المجال (اضطراب في الاستكمال)، تزيد حدته كلما زادت درجة كثير حدود الاستكمال. يسمى هذا الاضطراب ظاهرة رانج.

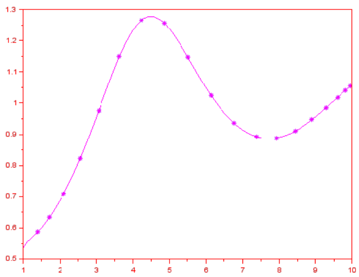
كثيرات حدود تشيبيشاف :

أثبت أن ظاهرة رانج أساسها استخدام مسافات متساوية في الفواصل. لهذا نعتمد في تصحيح هذا الاضطراب والحد من منه باستخدام كثيرات حدود تشيبيشاف. هذه الأخيرة تجعل النقاط أكثر تقاربا على طرفي المجال [a, b] ومتباعدة في الوسط. لذلك، فإنه بالا مكان إجراء تحويلات على الفواصل باستخدام العلاقة التالية :

$$x_k = \frac{1}{2}(a+b) + \frac{1}{2}(b-a).\left(\frac{2k-1}{2n}.\pi\right), k = \overline{1,n}$$

باعتماد معطيات غير متساوية الفواصل، فإن تطبيق استكمال نيوتن من جديد سيحد من ظاهرة رانج بجوار طرفي المجال [a,b].

شيفرة scilab باستخدام تحويلات تشيبيشاف بسيطة جدا، حيث n : عدد نقاط المعطيات المستخدمة في الاستكمال بالمجال[a,b].



```
function [ap]=chebyshev(a, b)
   n=(b-a)+1
      x=(a+b)/2+(b-a)/2*cos((2*(n-(1:0.5:n))+1)*%pi/(2*n+2));
      y=x./(x+sin(x))
      ap =newton(x,y);
   clf()
   plot(t,horner(ap,t))
   plot(x,y,"*g")
endfunction
```

4. تفاصيل المطلوب :

1. إدخال المعطيات من نتائج تجربة أو من الدالة **f(x) = x/(x+sin(x))**، على شكل جدولين (شعاعين) **x** و**y** بعدد **n** بعد؛
2. برمجة دالة استكمال نيوتن تسمح بـ :
   - حساب الفروق المجزئة؛
   - تشكيل كثير حدود استكمال نيوتن وعرضه؛
3. تقييم كثير حدود استكمال نيوتن باستخدام الدالة **horner (p,x)** المعرفة مسبقا على **scilab** وإنشاء منحنيها. من الضروري القيام بمقارنة بين منحنى الدالة الحقيقية ومنحنى الاستكمال؛
4. برمجة دالة تحويل تشيبيشاف تسمح بـ :
   - تحويل الفواصل **x** بحيث تصبح المسافات بينها غير متساوية (متراصة بالقرب من طرفي المجال ومتباعدة بالداخل) ثم إعادة حساب القيم **y**،
   - إعادة استدعاء دالة نيوتن من أجل إعادة الاستكمال باستخدام المعطيات المحولة باستخدام تحويلات تشيبيشاف، ثم عرض كثير حدود استكمال نيوتن المحسن؛
   - إنشاء منحنى الاستكمال المحسن على نفس الرسم السابق وإظهار نقاط المعطيات الجديدة (عقد تشيبيشاف) باستخدام الرموز البيانية؛
5. تركيب برنامج يسمح بـ :
   - إدخال مختلف معاملات التحسين والتعميم وضبط الدقة للمعطيات والنتائج النظرية والتجريبية : a، b و n (عدد النقاط المدخلة لرفع درجة كثير حدود الاستكمال)، d (الخطوة المستخدمة في الفواصل من أجل تحسين رسم المنحنى)،
   - استخدام الدالتين، استكمال نيوتن وتحويلات تشيبيشاف، من أجل الحساب وعرض مختلف النتائج ورسم المنحنيات المطلوبة؛
6. الاستنتاج ونقد النتائج وإعطاء مقترحات إضافية.